

SISTEMI DI RIFERIMENTO

.1

INERZIALI E NON
di Ledo Stefanini

RUOTA DA BICICLETTA

- ▶ Nello studio di un moto scegliamo istintivamente il sistema di riferimento rispetto al quale tale moto è più semplice. Qual è la traiettoria descritta da un punto del bordo della ruota di una bicicletta che corre sulla strada?
- ▶ Una circonferenza?

- ▶ Risposta sbagliata!

CYCLOID

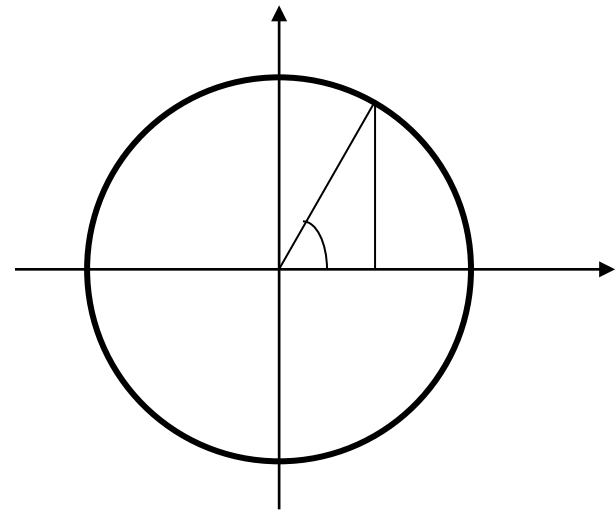


Equazione della traiettoria

- ▶ Nel riferimento del mozzo della ruota

$$x = R \cos(\omega t)$$

$$y = R \sin(\omega t)$$

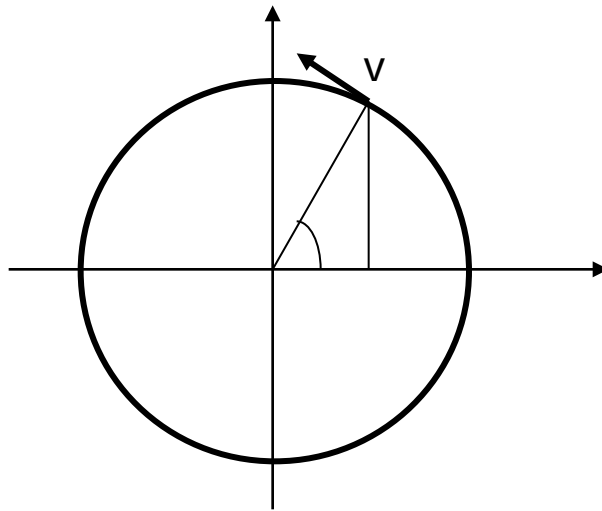


- ▶ Il mozzo si sposta con velocità ωR e le equazioni assumono la forma

$$x = R \cos(\omega t) + \omega R t$$

$$y = R \sin(\omega t) + R$$

- ▶ In modo analogo si può operare per ottenere la velocità. Nel riferimento del mozzo



- Equazioni della velocità nel riferimento del mozzo:

$$v_x = -\omega R \sin(\omega t)$$

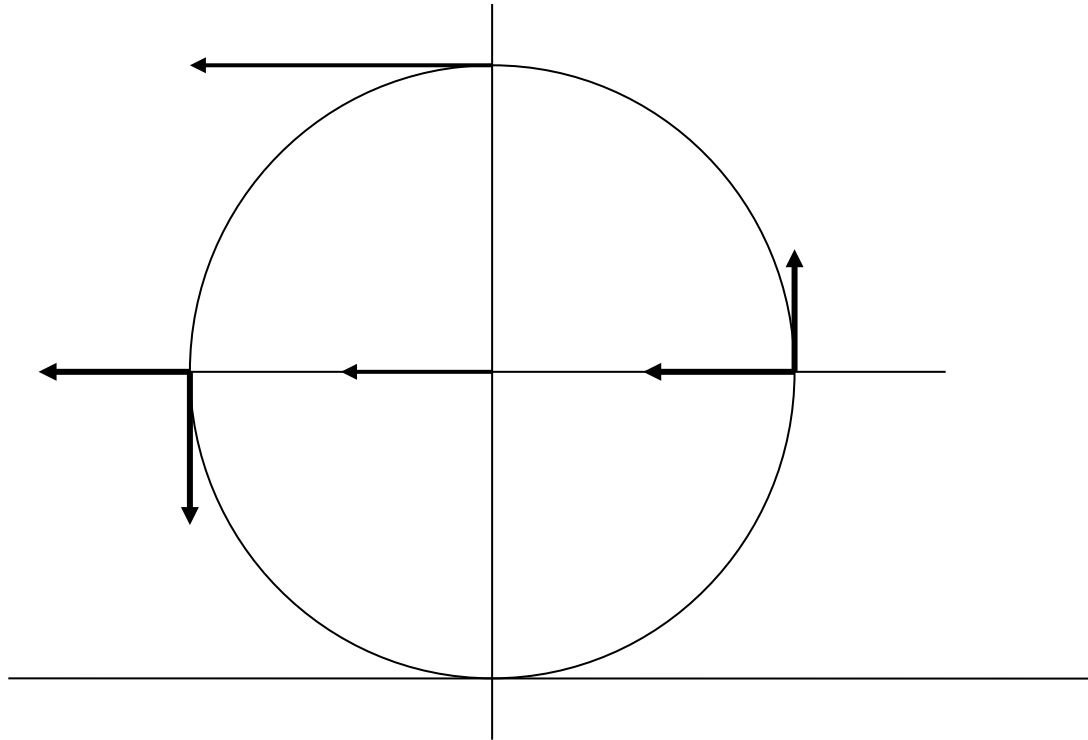
$$v_y = \omega R \cos(\omega t)$$

- ▶ Per ricavare le equazioni nel riferimento solidale con la strada basta sommare alla componente orizzontale la velocità del mozzo ωR :

$$v_x = -\omega R \sin(\omega t) - \omega R$$

$$v_y = \omega R \cos(\omega t)$$

Velocità di vari punti della ruota

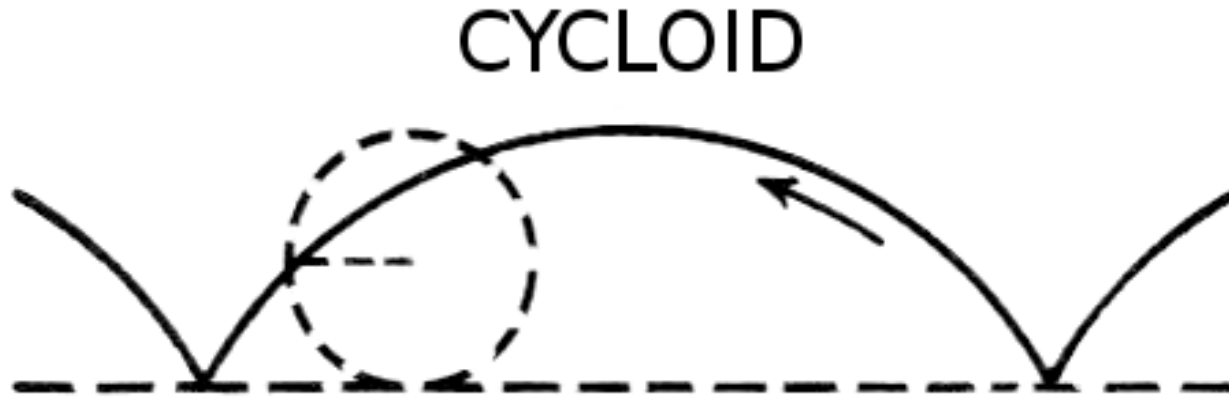


- ▶ In ogni giro un punto della ruota passa dalla velocità nulla (quando è a contatto col suolo) alla velocità doppia di quella del mozzo (nella posizione superiore). Quindi accelera continuamente. Quali sono le caratteristiche di questa accelerazione?

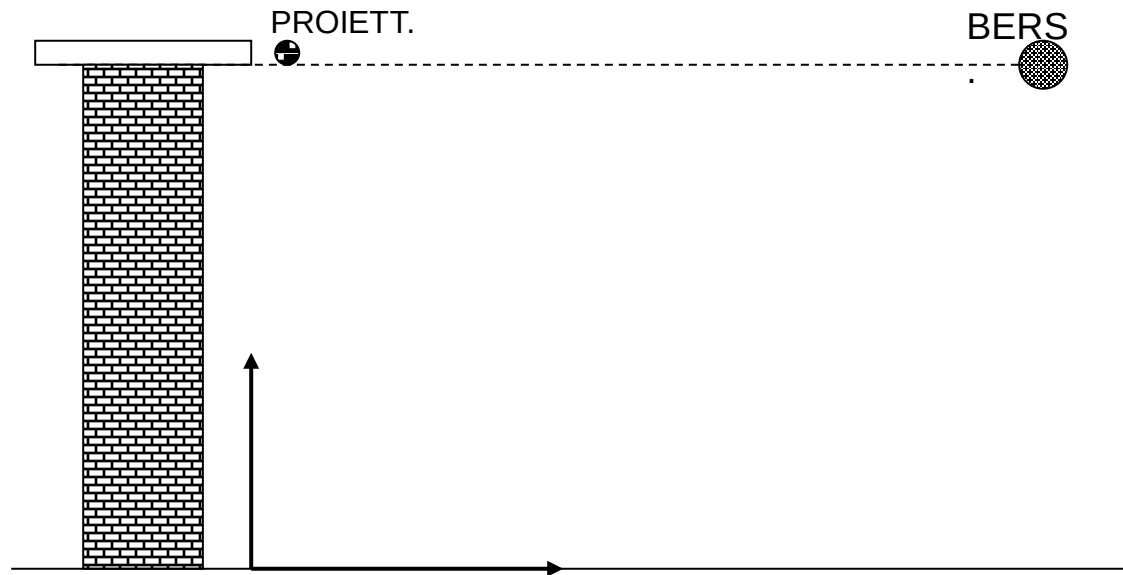
- ▶ Il moto è la composizione di due moti: uno di traslazione uniforme e uno di rotazione uniforme. Il solo che presenti accelerazione è il secondo: accelerazione centripeta

$$\frac{v^2}{R}$$

In questo moto l'accelerazione è costante diretta sempre verso il mozzo:



LA SCIMMIA E IL CACCIATORE



- ▶ Da una torre si spara ad una scimmia. Nel momento dello sparo, la scimmia si lascia cadere.
- ▶ QUELLA DELLA SCIMMIA E' UNA MOSSA INTELLIGENTE, OPPURE NO?

- ▶ Equazioni del moto nel sistema di riferimento ancorato a terra:

$$x_B = D$$

$$y_B = H - \frac{1}{2}gt^2$$

$$x_P = vt$$

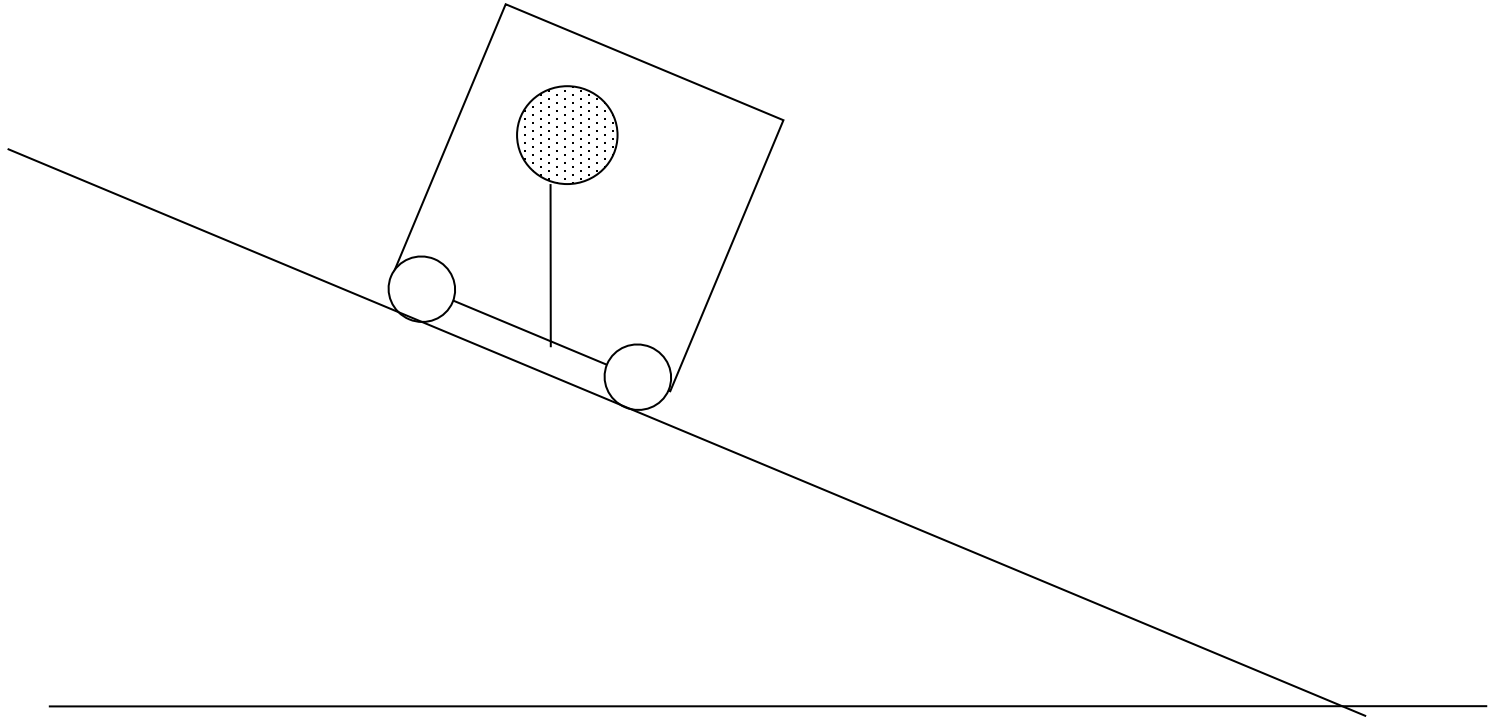
$$y_P = H - \frac{1}{2}gt^2$$

- ▶ Le equazioni dicono che il proiettile e il bersaglio restano alla stessa quota (y), mentre il proiettile si avvicina al bersaglio con la velocità v di lancio.
- ▶ Il proiettile raggiunge il bersaglio dopo un tempo $t = D/v$.

- ▶ Il sistema di riferimento in caduta libera insieme a bersaglio e al proiettile è un sistema di riferimento in cui il campo gravitazionale è stato cancellato. E' un sistema inerziale. In questo sistema i moti dei corpi sono sempre rettilinei e uniformi.
- ▶ Il moto del proiettile avviene sulla retta orizzontale, con velocità costante.

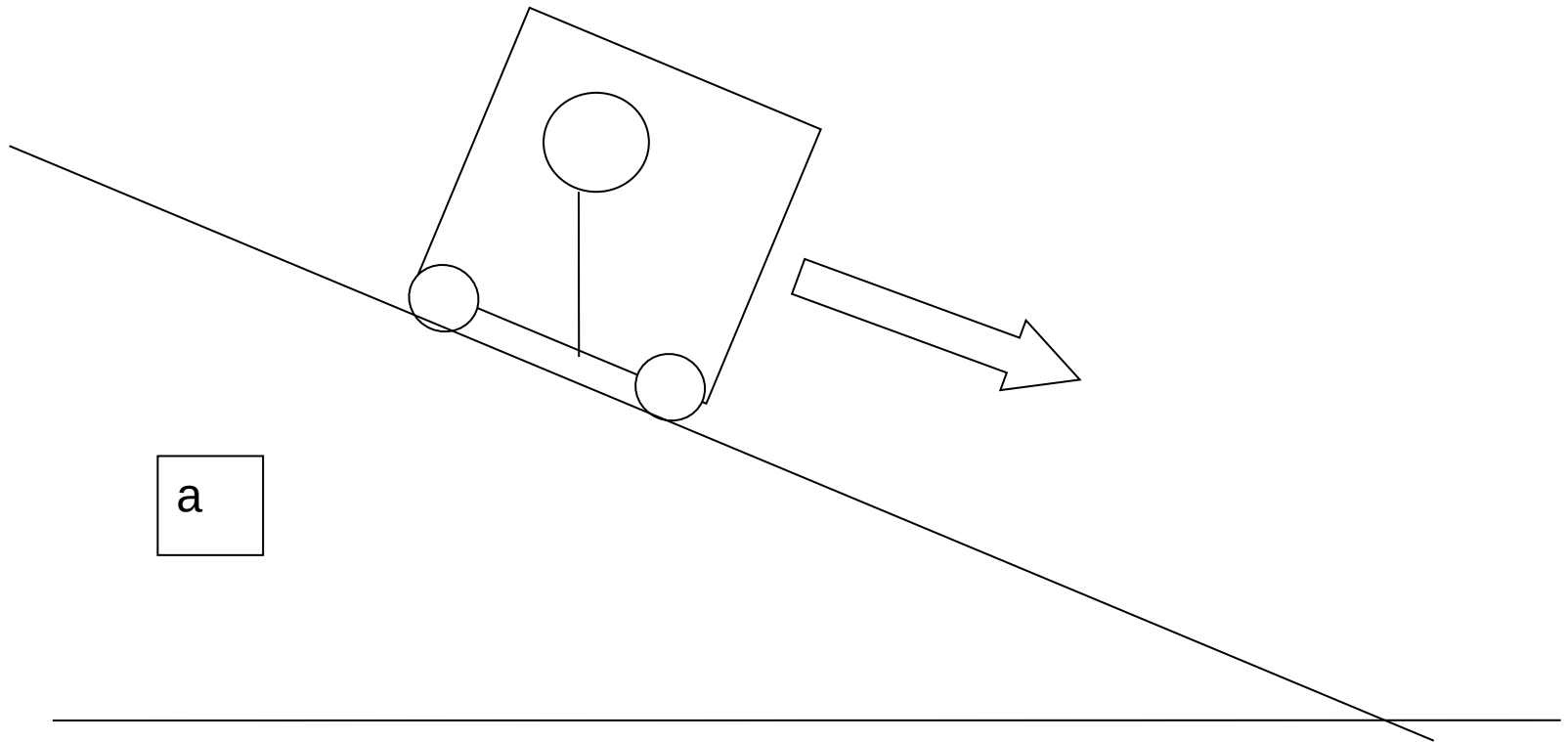
- ▶ Questo rimane vero anche se il bersaglio è ad una quota diversa da quella iniziale del proiettile (se si spara da terra. ad es.). Nel sistema di riferimento che cade con la scimmia la gravità è abolita, la scimmia è immobile e il proiettile percorre una traiettoria rettilinea con velocità costante.

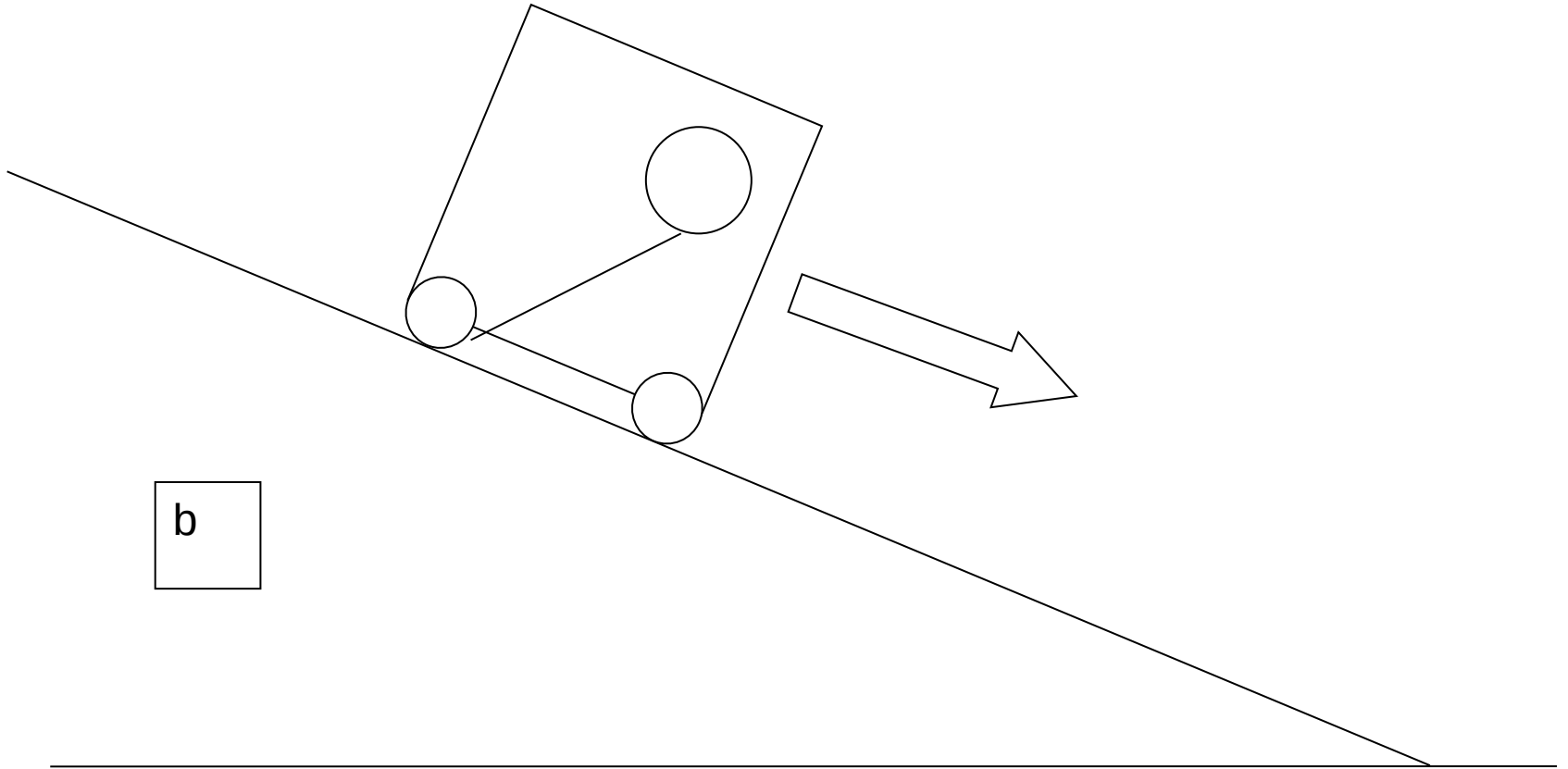
DISCESA LIBERA

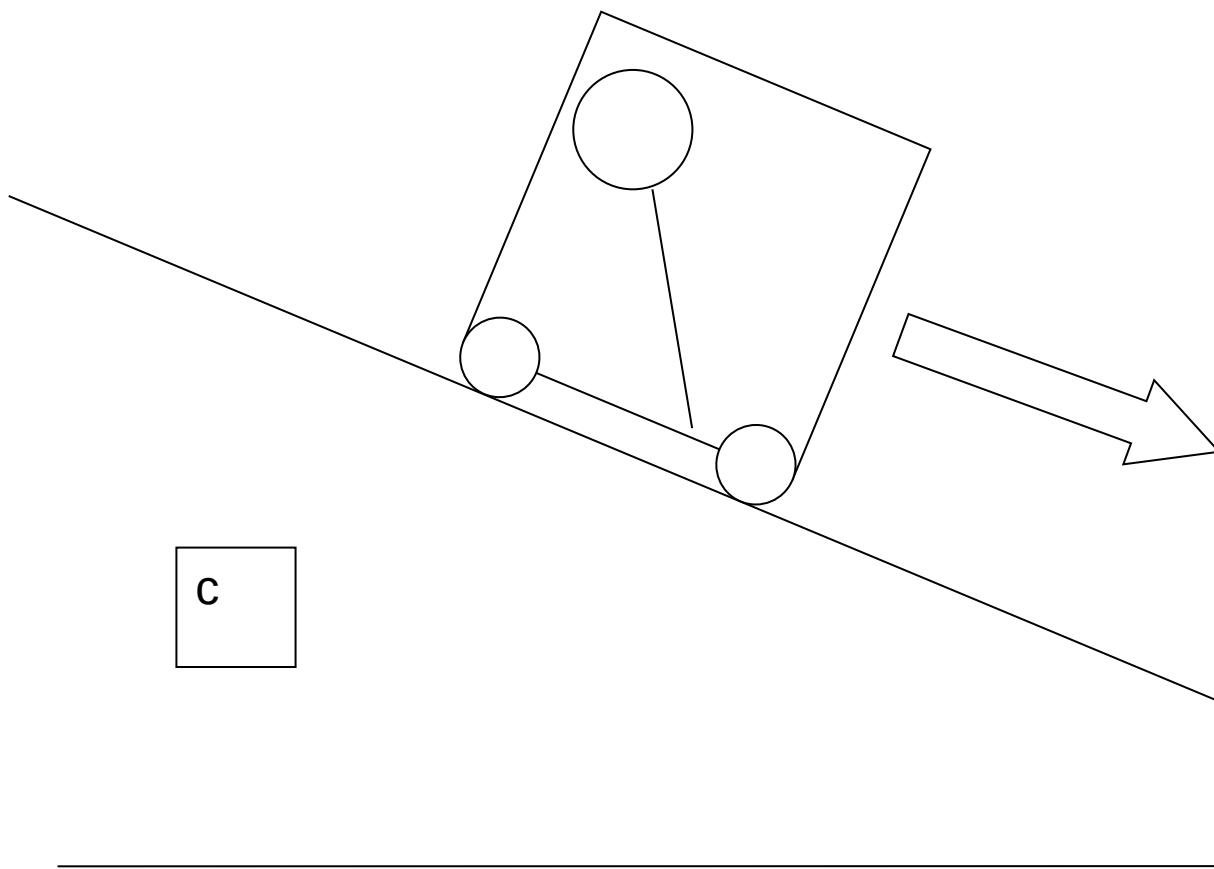


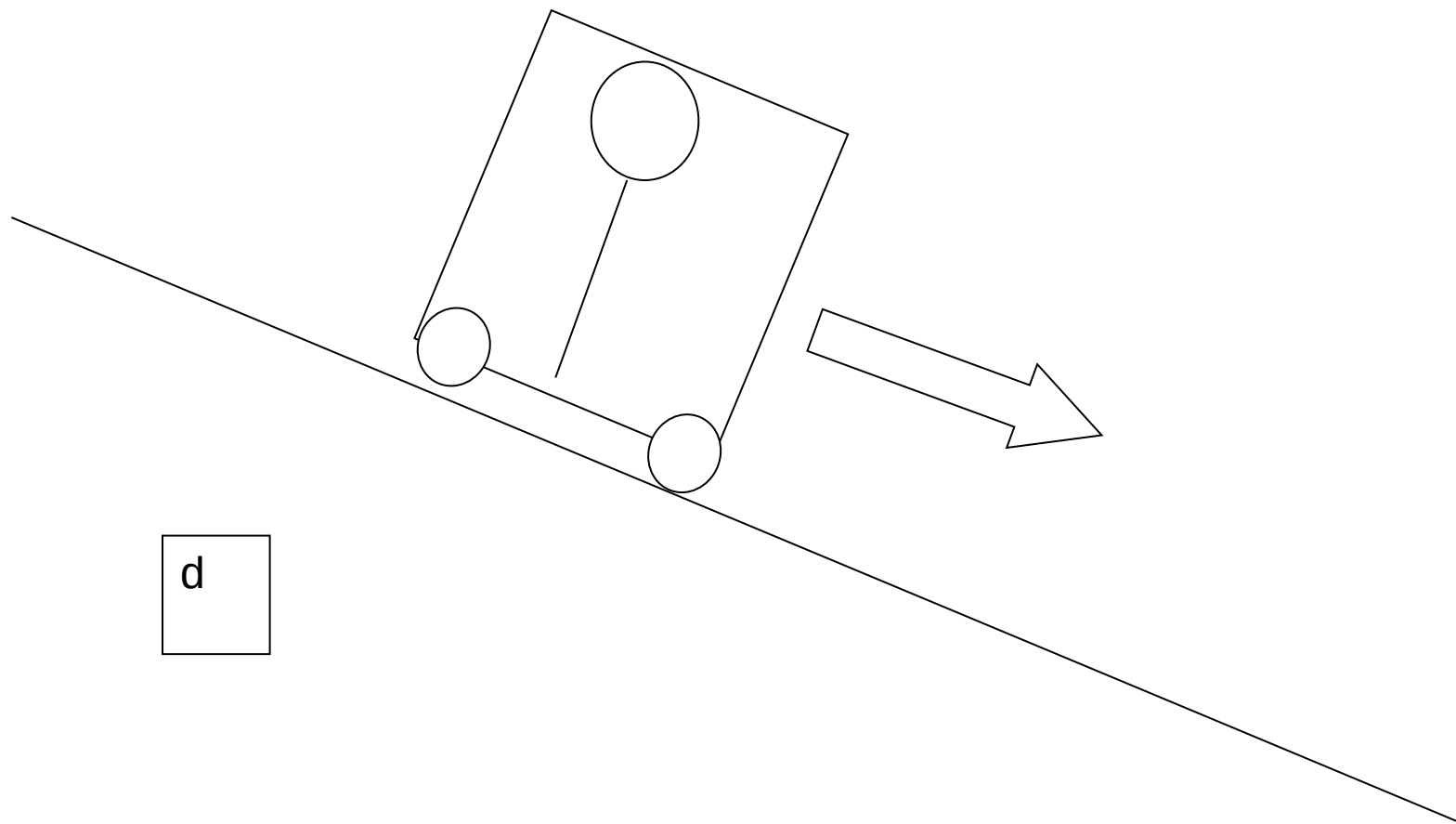
- ▶ una cabina chiusa al cui interno si trova un palloncino legato al pavimento mediante uno spago. Naturalmente, prima della partenza, la direzione dello spago è *verticale*.
- ▶ Come sarà disposto lo spago quando il carrello scende senza frenare lungo il piano?

I CASI POSSIBILI









- ▶ E' necessario chiedersi come sarà diretto il campo gravitazionale nel sistema di riferimento della cabina.
- ▶ E se si accende una candela, come sarà diretta la fiamma?

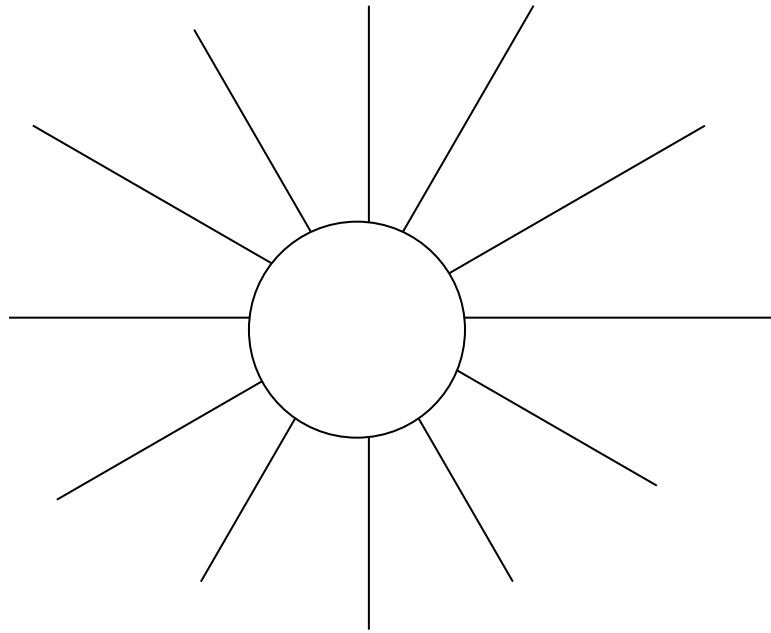
QUANT'E' GRANDE UN SISTEMA INERZIALE?

- ▶ Consideriamo un laboratorio in caduta libera verso la Terra. Si suole dire che questo realizza un sistema perfettamente inerziale, perché il campo gravitazionale ne risulta eliminato; ma non è del tutto vero.

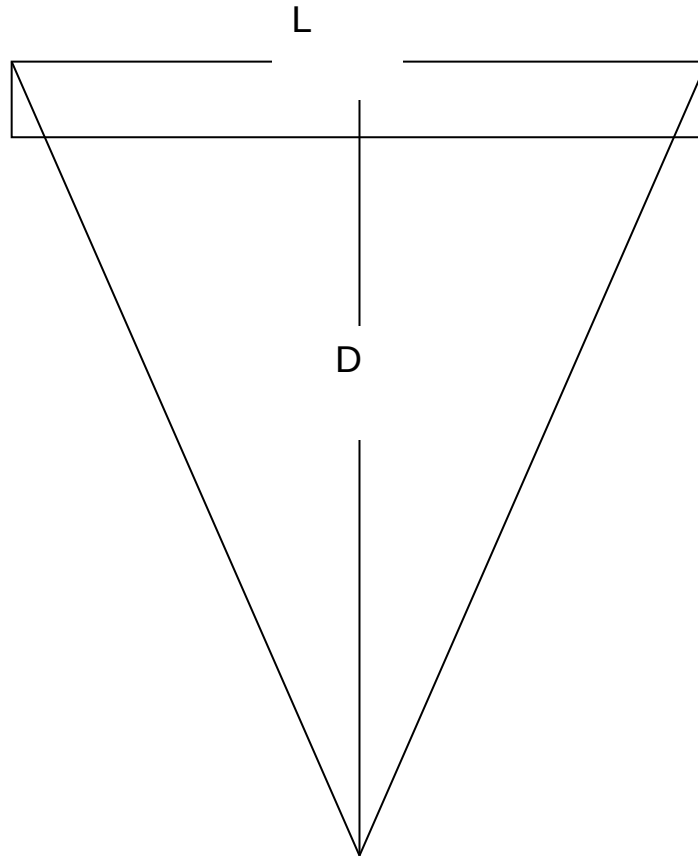
- ▶ Ciò è dovuto a due fatti: le linee del campo gravitazionale non sono parallele, ma concorrono verso il centro della Terra; l'intensità del campo aumenta con l'inverso del quadrato della distanza dal centro della Terra. Come dire

$$g(D) = g_0 \left(\frac{R}{D} \right)^2$$

Una “forza di marea” dovuta alla centralità del campo



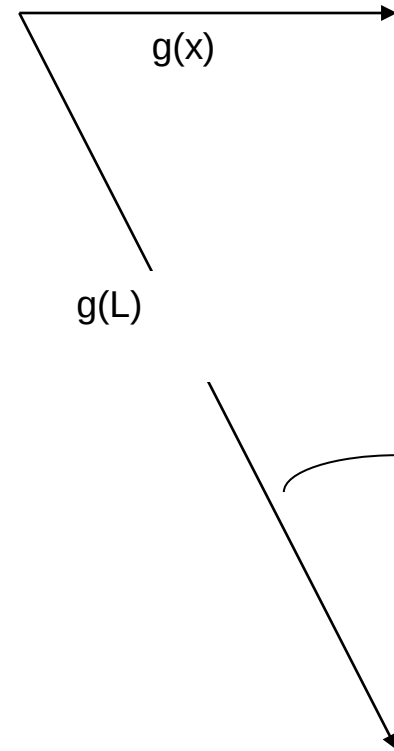
Un laboratorio in caduta libera verso la Terra



- ▶ La caduta libera, nel sistema del laboratorio, elide la componente verticale del campo; ma non quella orizzontale $g(x)$, dove x indica la distanza dal centro del laboratorio.

$$g(x) = g(L) \frac{x}{D}$$

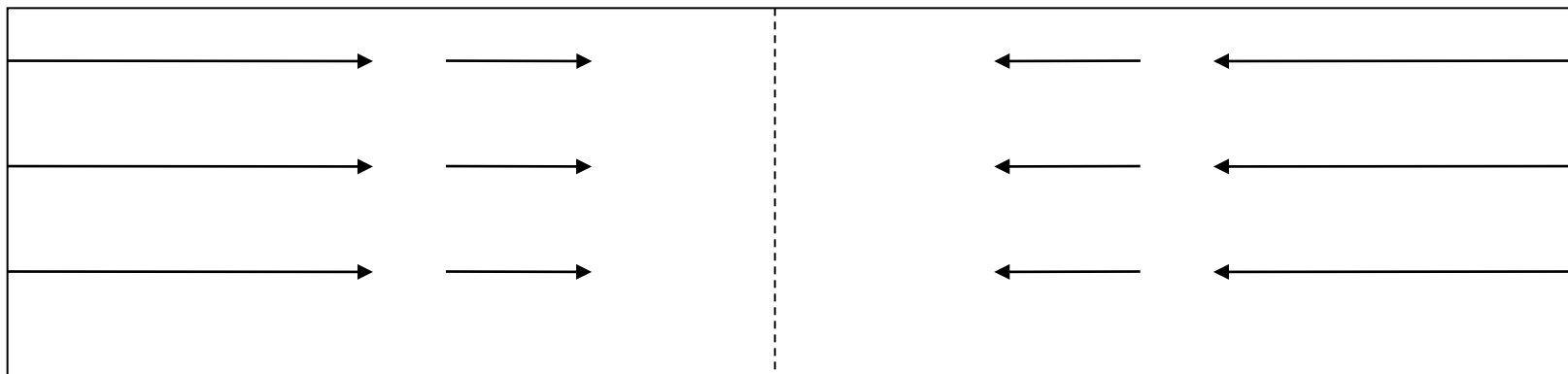
$$g(x) = g_0 \frac{R^2}{D^2} \frac{x}{D}$$



- ▶ Se il laboratorio non è troppo lontano dalla superficie della terra, la relazione si riduce a

$$g(x) = g_0 \frac{x}{D}$$

Campo rilevato nel laboratorio



- ▶ Due bocce da 1 kg che cadono liberamente e sono tra loro alla distanza di 200 m, in prossimità della Terra, si attraggono con una forza

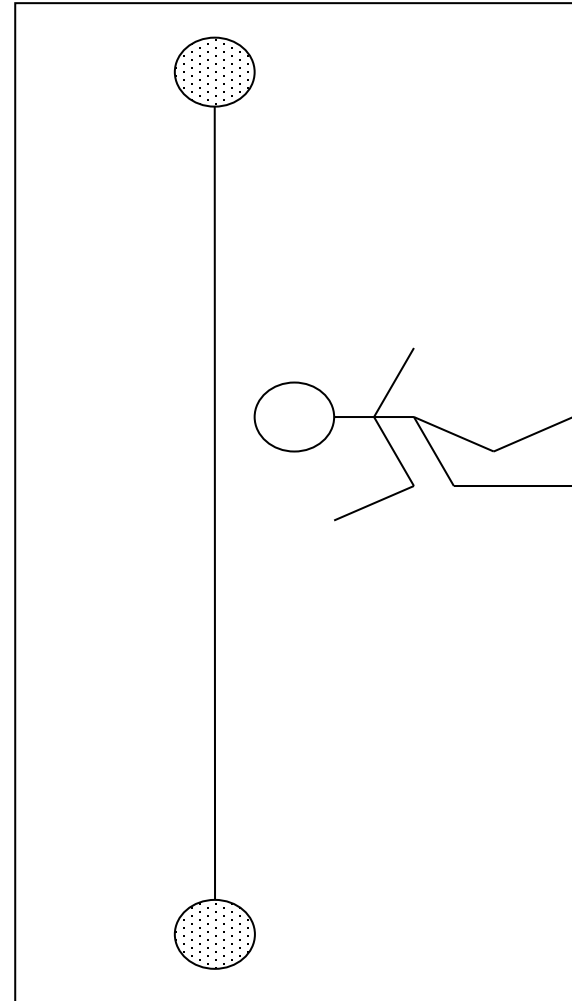
$$g(100) = 9,8 \frac{10^2}{6,4 \times 10^6} = 1,5 \times 10^{-4} N$$

Una forza “di marea” dovuta alla dipendenza del campo dalla distanza dal centro

$$g(x) = g_0 \frac{R^2}{D^2} \frac{x}{D}$$

Un laboratorio in caduta libera

- ▶ Alle estremità siano collocate due bocce di massa 1 kg (a distanza y) unite da un filo a cui il fisico ha applicato un dinamometro.



- ▶ Il campo nella posizione della bocca inferiore è più intenso che nella posizione della superiore:

$$g_i = g_0 \left(\frac{R}{L} \right)^2$$

$$g_s = g_0 \left(\frac{R}{L + y} \right)^2$$

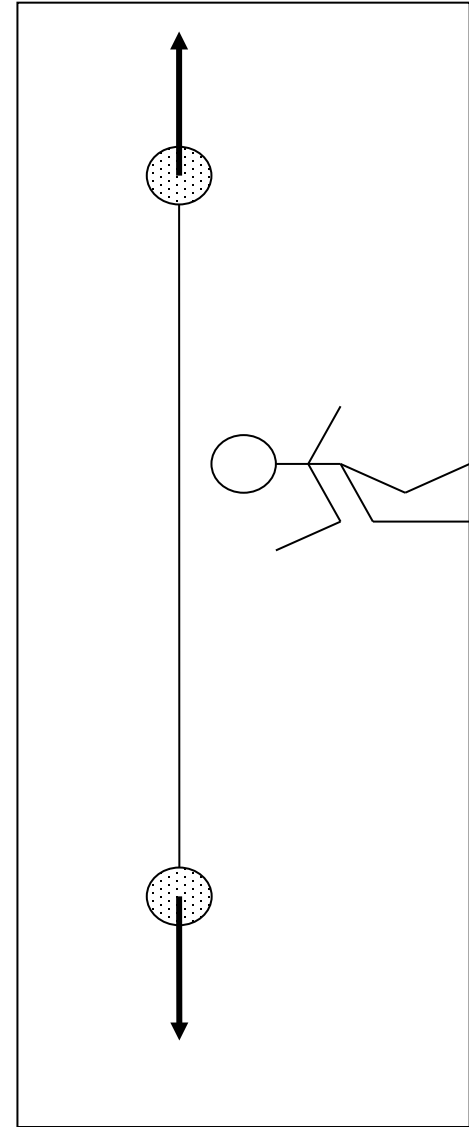
- ▶ La differenza è

$$\Delta g = g_0 R^2 \left[\frac{1}{L^2} - \frac{1}{(L+y)^2} \right] \cong g_0 \frac{R^2}{L^2} 2 \frac{y}{L}$$

- ▶ Se il laboratorio precipita in prossimità della Terra, la differenza si riduce a

$$\Delta g \cong 2g_0 \frac{y}{R}$$

- ▶ Il fisico all'interno del laboratorio interpreta il fenomeno come una forza di repulsione tra le due bocce, proporzionale alla loro distanza, registrata per altro dal dinamometro.



- ▶ Per due bocce distanti, come prima, 200 m, la forza di repulsione è

$$\Delta g \cong 2g_0 \frac{y}{R} \cong 2 \times 10 \times \frac{2 \times 10^2}{6,4 \times 10^6} N = 0,6 \text{ mN}$$