Sistemi di primo grado

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore
Dipartimento di Matematica e Fisica "Niccolò Tartaglia"
Via dei Musei, 41 – 25121 Brescia (Italy)

Introduzione

In Algebra, *sistema* è sinonimo di *intersezione*.

Introduzione

In Algebra, *sistema* è sinonimo di *intersezione*.

Da un punto di vista logico, si hanno più *condizioni* che devono essere verificate *contemporaneamente*.

Introduzione

In Algebra, *sistema* è sinonimo di *intersezione*.

Da un punto di vista logico, si hanno più *condizioni* che devono essere verificate *contemporaneamente*.

I due punti di vista appena scritti di fatto sono la stessa cosa: un insieme può essere individuato da una condizione, per cui intersecare degli insiemi significa far valere contemporaneamente più condizioni.

Introduzione

In Algebra, *sistema* è sinonimo di *intersezione*.

Da un punto di vista logico, si hanno più *condizioni* che devono essere verificate *contemporaneamente*.

I due punti di vista appena scritti di fatto sono la stessa cosa: un insieme può essere individuato da una condizione, per cui intersecare degli insiemi significa far valere contemporaneamente più condizioni.

Vediamo degli esempi.

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geqslant 1\}.$$

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geqslant 1\}.$$

Sia poi B l'insieme dei numeri razionali strettamente minori di 4/3, cioè

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geqslant 1\}.$$

Sia poi B l'insieme dei numeri razionali strettamente minori di 4/3, cioè

$$B = \left\{x \in \mathbb{Q} : x < \frac{4}{3}\right\}.$$

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geqslant 1\}.$$

Sia poi B l'insieme dei numeri razionali strettamente minori di $4/3$, cioè

$$B = \left\{x \in \mathbb{Q} : x < \frac{4}{3}\right\}.$$

Allora gli elementi dell'intersezione $A \cap B$ dei due insiemi verificano contemporaneamente le due condizioni

Sia A l'insieme dei numeri razionali maggiori o uguali a 1, cioè

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geqslant 1\}.$$

Sia poi B l'insieme dei numeri razionali strettamente minori di 4/3, cioè

$$B = \left\{x \in \mathbb{Q} : x < \frac{4}{3}\right\}.$$

Allora gli elementi dell'intersezione $A \cap B$ dei due insiemi verificano contemporaneamente le due condizioni

$$\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x \leqslant \dfrac{4}{3}. \end{cases}$$

($x \in \mathbb{Q}$ è sottinteso)

Poi, spesso si scrive $1 \leqslant x < 4/3$ per l'insieme $A \cap B$, ma questo è solo un modo per comprimere la scrittura.

Poi, spesso si scrive $1 \leqslant x < 4/3$ per l'insieme $A \cap B$, ma questo è solo un modo per comprimere la scrittura.

Storicamente, è nato prima l'uso della parentesi graffa che quello degli insiemi, ma si tratta della stessa cosa.

Poi, spesso si scrive $1 \leqslant x < 4/3$ per l'insieme $A \cap B$, ma questo è solo un modo per comprimere la scrittura.

Storicamente, è nato prima l'uso della parentesi graffa che quello degli insiemi, ma si tratta della stessa cosa. Solo, quando si usa la parentesi graffa (ed espressioni algebriche, come vedremo), si parla di "sistema".

Poi, spesso si scrive $1 \leqslant x < 4/3$ per l'insieme $A \cap B$, ma questo è solo un modo per comprimere la scrittura.

Storicamente, è nato prima l'uso della parentesi graffa che quello degli insiemi, ma si tratta della stessa cosa. Solo, quando si usa la parentesi graffa (ed espressioni algebriche, come vedremo), si parla di "sistema".

E, siccome si possono intersecare quanti e quali insiemi si vogliono, in teoria in un sistema possono comparire quante e quali condizioni si vogliono.

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ 1 - 2x = 0. \end{cases}$$

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ 1 - 2x = 0. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni troviamo

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ 1 - 2x = 0. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ 1 - 2x = 0. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Cosa concludiamo? Siccome x non può *contemporaneamente* essere uguale a -2/3 e 1/2, concludiamo che il sistema è *impossibile*

Equazioni in più incognite

Proviamo a mettere in sistema due equazioni di primo grado:

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ 1 - 2x = 0. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Cosa concludiamo? Siccome x non può *contemporaneamente* essere uguale a -2/3 e 1/2, concludiamo che il sistema è *impossibile* (che, nel linguaggio degli insiemi, vuol dire che l'intersezione è vuota).

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni (la prima è uguale alla prima dell'esempio precedente) troviamo

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni (la prima è uguale alla prima dell'esempio precedente) troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni (la prima è uguale alla prima dell'esempio precedente) troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Cosa concludiamo stavolta?

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni (la prima è uguale alla prima dell'esempio precedente) troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Cosa concludiamo stavolta? Be', che x è uguale a $-3/2$, che bisogno c'è di ripeterlo?

Non sembra una cosa particolarmente entusiasmante. Proviamo con altre due equazioni.

$$\begin{cases} 3x + 2 = 0 \\ x + 3 = 1 - 2x. \end{cases}$$

Risolvendo separatamente le due equazioni (la prima è uguale alla prima dell'esempio precedente) troviamo

$$\begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Cosa concludiamo stavolta? Be', che x è uguale a $-3/2$, che bisogno c'è di ripeterlo? Stavolta il sistema non è impossibile, ma la soluzione sembra banale.

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale.

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale. E, se ci pensiamo, non può che venire così.

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale. E, se ci pensiamo, non può che venire così.
La colpa non è però dell'avere *una sola* incognita, perché il sistema di partenza

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale. E, se ci pensiamo, non può che venire così.
La colpa non è però dell'avere *una sola* incognita, perché il sistema di partenza

$$\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x < \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

non era banale; la colpa è che sono *equazioni* in una incognita.

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale. E, se ci pensiamo, non può che venire così.
La colpa non è però dell'avere *una sola* incognita, perché il sistema di partenza

$$\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x < \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

non era banale; la colpa è che sono *equazioni* in una incognita. (Tra l'altro, i sistemi di disequazioni sono quasi sempre in una sola incognita).

Quindi, mettendo in sistema anche solo due equazioni in una incognita, non sembrano uscire risultati interessanti: o il sistema è impossibile o è banale. E, se ci pensiamo, non può che venire così.
La colpa non è però dell'avere *una sola* incognita, perché il sistema di partenza

$$\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x < \dfrac{4}{3} \end{cases}$$

non era banale; la colpa è che sono *equazioni* in una incognita. (Tra l'altro, i sistemi di disequazioni sono quasi sempre in una sola incognita).

Allora possiamo pensare di cercare equazioni con *più di una* incognita. Vediamo meglio cosa vuol dire.

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione.

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Per esempio, $x = 1$ e $y = 4$ pare essere una soluzione, perché se sostituiamo 1 a x e 4 a y viene $1 + 4 = 5$ che è vero.

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Per esempio, $x = 1$ e $y = 4$ pare essere una soluzione, perché se sostituiamo 1 a x e 4 a y viene $1 + 4 = 5$ che è vero.

Anche $x = 1/2$ e $y = 9/2$ è una soluzione, perché

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Per esempio, $x = 1$ e $y = 4$ pare essere una soluzione, perché se sostituiamo 1 a x e 4 a y viene $1 + 4 = 5$ che è vero.

Anche $x = 1/2$ e $y = 9/2$ è una soluzione, perché

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{x} + \underbrace{\frac{9}{2}}_{y} =$$

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Per esempio, $x = 1$ e $y = 4$ pare essere una soluzione, perché se sostituiamo 1 a x e 4 a y viene $1 + 4 = 5$ che è vero.

Anche $x = 1/2$ e $y = 9/2$ è una soluzione, perché

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{x} + \underbrace{\frac{9}{2}}_{y} = \frac{10}{2}$$

Scriviamo un'equazione con due lettere, così:

$$x + y = 5.$$

Se ripensiamo a quanto detto per le equazioni, a questa espressione è associato un insieme, l'insieme delle sue *soluzioni*, che sono tutti i numeri che possiamo attribuire alle lettere e che rendono vera l'espressione. Ricordiamo anche che questo insieme dipende dalla *natura* dei numeri (cioè se sono naturali, interi, razionali, ecc.).

Per esempio, $x = 1$ e $y = 4$ pare essere una soluzione, perché se sostituiamo 1 a x e 4 a y viene $1 + 4 = 5$ che è vero.

Anche $x = 1/2$ e $y = 9/2$ è una soluzione, perché

$$\underbrace{\frac{1}{2}}_{x} + \underbrace{\frac{9}{2}}_{y} = \frac{10}{2} = 5.$$

Ma allora quante soluzioni ci sono?

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende.

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso):

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso): $x, y \in \mathbb{N}$.

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso): $x, y \in \mathbb{N}$.
Allora le soluzioni dell'equazione $x + y = 5$ sono *sei*:

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso): $x, y \in \mathbb{N}$.
Allora le soluzioni dell'equazione $x + y = 5$ sono *sei*:

$$(\underbrace{0}_{x}, \underbrace{5}_{y}), (\underbrace{1}_{x}, \underbrace{4}_{y}), (\underbrace{2}_{x}, \underbrace{3}_{y}), (\underbrace{3}_{x}, \underbrace{2}_{y}), (\underbrace{4}_{x}, \underbrace{1}_{y}), (\underbrace{5}_{x}, \underbrace{0}_{y}).$$

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso): $x, y \in \mathbb{N}$.
Allora le soluzioni dell'equazione $x + y = 5$ sono *sei*:

$$(\underbrace{0}_{x}, \underbrace{5}_{y}), (\underbrace{1}_{x}, \underbrace{4}_{y}), (\underbrace{2}_{x}, \underbrace{3}_{y}), (\underbrace{3}_{x}, \underbrace{2}_{y}), (\underbrace{4}_{x}, \underbrace{1}_{y}), (\underbrace{5}_{x}, \underbrace{0}_{y}).$$

Però, se x e y sono *razionali*, anche solo positivi, la situazione si complica, perché esistono *infinite* coppie di frazioni che risolvono l'equazione. Per esempio,

Ma allora quante soluzioni ci sono? Dipende. Dipende dall'insieme scelto per i numeri.

Supponiamo che x e y siano *naturali*, cioè interi positivi (zero compreso): $x, y \in \mathbb{N}$.
Allora le soluzioni dell'equazione $x + y = 5$ sono *sei*:

$$(\underbrace{0}_{x}, \underbrace{5}_{y}), (\underbrace{1}_{x}, \underbrace{4}_{y}), (\underbrace{2}_{x}, \underbrace{3}_{y}), (\underbrace{3}_{x}, \underbrace{2}_{y}), (\underbrace{4}_{x}, \underbrace{1}_{y}), (\underbrace{5}_{x}, \underbrace{0}_{y}).$$

Però, se x e y sono *razionali*, anche solo positivi, la situazione si complica, perché esistono *infinite* coppie di frazioni che risolvono l'equazione. Per esempio,

$$(\underbrace{\frac{1}{4}}_{x}, \underbrace{\frac{19}{4}}_{y}), (\underbrace{\frac{2}{3}}_{x}, \underbrace{\frac{13}{3}}_{y}), (\underbrace{\frac{18}{5}}_{x}, \underbrace{\frac{7}{5}}_{y}), (\underbrace{3}_{x}, \underbrace{2}_{y}), (\underbrace{\frac{31}{7}}_{x}, \underbrace{\frac{4}{7}}_{y}), \dots$$

Come ho fatto a inventarle?

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio $31/7$.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio $31/7$. Adesso calcolo

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se* y *fosse nota*.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se y fosse nota*.
Ovviamente, siccome esistono infinite frazioni fra 0 e 5, vi saranno infinite soluzioni.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se* y *fosse nota*.
Ovviamente, siccome esistono infinite frazioni fra 0 e 5, vi saranno infinite soluzioni. Se poi ammettiamo anche frazioni *negative*, avremo una scelta ancora più ampia.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se* y *fosse nota*. Ovviamente, siccome esistono infinite frazioni fra 0 e 5, vi saranno infinite soluzioni. Se poi ammettiamo anche frazioni *negative*, avremo una scelta ancora più ampia. Torneremo dopo su questo.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se y fosse nota*. Ovviamente, siccome esistono infinite frazioni fra 0 e 5, vi saranno infinite soluzioni. Se poi ammettiamo anche frazioni *negative*, avremo una scelta ancora più ampia. Torneremo dopo su questo.

Il punto importante è che *un'equazione con più incognite può avere infinite soluzioni*.

Come ho fatto a inventarle? Facile: fissiamo una y (tra 0 e 5), per esempio 31/7. Adesso calcolo

$$5 - \frac{31}{7} = \frac{4}{7}$$

e questa è la x.
In pratica, ho usato la formula

$$x = 5 - y$$

che ho ottenuto dall'equazione risolvendola *come se y fosse nota*. Ovviamente, siccome esistono infinite frazioni fra 0 e 5, vi saranno infinite soluzioni. Se poi ammettiamo anche frazioni *negative*, avremo una scelta ancora più ampia. Torneremo dopo su questo.

Il punto importante è che *un'equazione con più incognite può avere infinite soluzioni*.
Pertanto può avere senso "intersecare" due o più di queste equazioni, sperando di avere un risultato non banale, e difatti è proprio questo ciò che succede.

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere?

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici:

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Facciamo un esempio.

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Facciamo un esempio.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$$

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Facciamo un esempio.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$$

Come possiamo cercare di risolverlo?

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Facciamo un esempio.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$$

Come possiamo cercare di risolverlo? Non dimentichiamo che si tratta di *equazioni*;

Sistemi in due incognite

Concentriamoci allora sui sistemi di equazioni in *due* incognite. D'ora in poi supporremo sempre che i numeri siano *razionali* (quindi frazioni con segno).

Il problema successivo è: quante e quali equazioni prendere? Facciamo allora le scelte più semplici: prendiamo *equazioni di primo grado*, e ne prendiamo *due*.

Facciamo un esempio.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 6y = 1 \end{cases}$$

Come possiamo cercare di risolverlo? Non dimentichiamo che si tratta di *equazioni*; pertanto tutto quanto abbiamo detto a proposito delle equazioni vale ancora.

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido;

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui.

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

Adesso ragioniamo. Sempre nell'ambito delle equazioni abbiamo imparato che è sempre possibile *sostituire* ad una lettera un'espressione che risulta *uguale* a quella lettera.

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

Adesso ragioniamo. Sempre nell'ambito delle equazioni abbiamo imparato che è sempre possibile *sostituire* ad una lettera un'espressione che risulta *uguale* a quella lettera.

Quindi, nella seconda equazione

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

Adesso ragioniamo. Sempre nell'ambito delle equazioni abbiamo imparato che è sempre possibile *sostituire* ad una lettera un'espressione che risulta *uguale* a quella lettera.

Quindi, nella seconda equazione

$$3x - 6y = 1$$

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

Adesso ragioniamo. Sempre nell'ambito delle equazioni abbiamo imparato che è sempre possibile *sostituire* ad una lettera un'espressione che risulta *uguale* a quella lettera.

Quindi, nella seconda equazione

$$3x - 6y = 1$$

possiamo sostituire, al posto di x, l'espressione uguale $5 - y$ (ovviamente non dimenticando la parentesi):

In particolare, il fatto di poter sommare membro a membro un numero è ancora valido; e siccome ciò dava origine alla " regola del trasporto", possiamo usarla anche qui. Dunque possiamo prendere la prima equazione

$$x + y = 5$$

e ricavarne

$$x = 5 - y.$$

Adesso ragioniamo. Sempre nell'ambito delle equazioni abbiamo imparato che è sempre possibile *sostituire* ad una lettera un'espressione che risulta *uguale* a quella lettera.

Quindi, nella seconda equazione

$$3x - 6y = 1$$

possiamo sostituire, al posto di x, l'espressione uguale $5 - y$ (ovviamente non dimenticando la parentesi):

$$3\underbrace{(5 - y)}_{x} - 6y = 1.$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$15 - 3y - 6y = 1$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola* y che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \end{aligned}$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y}$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola* y che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y} = \frac{45 - 14}{9}$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y} = \frac{45 - 14}{9} = \frac{31}{9}.$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola* y che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y} = \frac{45 - 14}{9} = \frac{31}{9}.$$

Pertanto

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y} = \frac{45 - 14}{9} = \frac{31}{9}.$$

Pertanto

$$\begin{cases} x = \dfrac{31}{9} \\ y = \dfrac{14}{9} \end{cases}$$

Adesso il compito è facile: abbiamo una equazione *nella sola y* che possiamo risolvere con i metodi che conosciamo:

$$\begin{aligned} 15 - 3y - 6y &= 1 \\ -9y &= -14 \\ y &= \frac{14}{9}. \end{aligned}$$

Quindi $y = 14/9$. Per trovare x, basta risostituire nell'equazione $x = 5 - y$ e trovare

$$x = 5 - \underbrace{\frac{14}{9}}_{y} = \frac{45 - 14}{9} = \frac{31}{9}.$$

Pertanto

$$\begin{cases} x = \dfrac{31}{9} \\ y = \dfrac{14}{9} \end{cases}$$

è una soluzione del problema.

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.
È istruttivo osservare che non importa quale incognita si ricava da quale equazione, è un fatto di convenienza.

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.
È istruttivo osservare che non importa quale incognita si ricava da quale equazione, è un fatto di convenienza. Proviamo a ricavare y dalla seconda (che è meno conveniente perché compare il denominatore 6):

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.
È istruttivo osservare che non importa quale incognita si ricava da quale equazione, è un fatto di convenienza. Proviamo a ricavare y dalla seconda (che è meno conveniente perché compare il denominatore 6):

$$-6y = 1 - 3x$$

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.
È istruttivo osservare che non importa quale incognita si ricava da quale equazione, è un fatto di convenienza. Proviamo a ricavare y dalla seconda (che è meno conveniente perché compare il denominatore 6):

$$-6y = 1 - 3x \Rightarrow y = \frac{3x - 1}{6}.$$

Siccome $y = 14/9$ è l'unica soluzione dell'equazione in y, e deve essere $x = 5 - y$, deduciamo che anche $x = 31/9$ è l'unica soluzione in x.

Il metodo che abbiamo descritto si chiama *metodo di sostituzione* ed è quello più usato. Esso consiste nel ricavare una delle due incognite da una delle due equazioni (quella più comoda) e sostituirla nell'altra, ottenendo un'equazione che, risolta, fornisce un'incognita. Risostituendo nella prima equazione si trovano le soluzioni della prima incognita.
È istruttivo osservare che non importa quale incognita si ricava da quale equazione, è un fatto di convenienza. Proviamo a ricavare y dalla seconda (che è meno conveniente perché compare il denominatore 6):

$$-6y = 1 - 3x \Rightarrow y = \frac{3x - 1}{6}.$$

Se sostituiamo nella prima troviamo allora

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\frac{31}{9} - 1}{6} =$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\,\frac{31}{9} - 1}{6} = \frac{\frac{31}{3} - 1}{6} =$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\frac{31}{9} - 1}{6} = \frac{\frac{31}{3} - 1}{6} = \frac{\frac{31-3}{3}}{6} =$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\frac{31}{9} - 1}{6} = \frac{\frac{31}{3} - 1}{6} = \frac{\frac{31-3}{3}}{6} = \frac{28}{18} =$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\frac{31}{9} - 1}{6} = \frac{\frac{31}{3} - 1}{6} = \frac{\frac{31-3}{3}}{6} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9}$$

$$x + \underbrace{\frac{3x-1}{6}}_{y} = 5$$

da cui

$$9x + 3x - 1 = 30 \Rightarrow 9x = 31 \Rightarrow x = \frac{31}{9}.$$

Sostituendo nell'espressione trovata per y abbiamo

$$y = \frac{3\frac{31}{9} - 1}{6} = \frac{\frac{31}{3} - 1}{6} = \frac{\frac{31-3}{3}}{6} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9}$$

che è la soluzione trovata in precedenza.

Esistono numerosi metodi per risolvere i sistemi di primo grado in due incognite.

Esistono numerosi metodi per risolvere i sistemi di primo grado in due incognite.
Ne illustriamo ora due di uso molto frequente: sono molto semplici.

Esistono numerosi metodi per risolvere i sistemi di primo grado in due incognite.
Ne illustriamo ora due di uso molto frequente: sono molto semplici.
Il metodo di *riduzione* si basa su una proprietà dei numeri, che ora enunciamo.

Esistono numerosi metodi per risolvere i sistemi di primo grado in due incognite.
Ne illustriamo ora due di uso molto frequente: sono molto semplici.
Il metodo di *riduzione* si basa su una proprietà dei numeri, che ora enunciamo.

Teorema dell'addizione membro a membro

Se di quattro numeri razionali a, b, c, d si sa che

$$a = b$$
$$c = d$$

allora

$$a + c = b + d.$$

Esistono numerosi metodi per risolvere i sistemi di primo grado in due incognite.
Ne illustriamo ora due di uso molto frequente: sono molto semplici.
Il metodo di *riduzione* si basa su una proprietà dei numeri, che ora enunciamo.

Teorema dell'addizione membro a membro

Se di quattro numeri razionali a, b, c, d si sa che

$$a = b$$
$$c = d$$

allora

$$a + c = b + d.$$

(Si chiama "addizione membro a membro" perché si sommano i primi due membri delle due equazioni e si uguagliano alla somma dei secondi due)

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c =$$

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d}$$

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

(ovviamente un teorema analogo vale anche se si ha la differenza, oppure più di tre uguaglianze).

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

(ovviamente un teorema analogo vale anche se si ha la differenza, oppure più di tre uguaglianze).
Il metodo di riduzione è comodo quando ci si accorge che sommando le due equazioni di un sistema una incognita scompare.

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

(ovviamente un teorema analogo vale anche se si ha la differenza, oppure più di tre uguaglianze).
Il metodo di riduzione è comodo quando ci si accorge che sommando le due equazioni di un sistema una incognita scompare. Siccome sommando membro a membro, come abbiamo visto, si passa da uguaglianze vere a uguaglianze vere, l'equazione trovata sommando sarà ancora valida.

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

(ovviamente un teorema analogo vale anche se si ha la differenza, oppure più di tre uguaglianze).
Il metodo di riduzione è comodo quando ci si accorge che sommando le due equazioni di un sistema una incognita scompare. Siccome sommando membro a membro, come abbiamo visto, si passa da uguaglianze vere a uguaglianze vere, l'equazione trovata sommando sarà ancora valida.
Vediamo un esempio.

Dimostrazione. Banale: siccome $a = b$ e $c = d$, possiamo sostituire nell'espressione $a + c$ e troviamo

$$a + c = \underbrace{a}_{=b} + \underbrace{c}_{=d} = b + d.$$

(ovviamente un teorema analogo vale anche se si ha la differenza, oppure più di tre uguaglianze).
Il metodo di riduzione è comodo quando ci si accorge che sommando le due equazioni di un sistema una incognita scompare. Siccome sommando membro a membro, come abbiamo visto, si passa da uguaglianze vere a uguaglianze vere, l'equazione trovata sommando sarà ancora valida.
Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$$

Sommando membro a membro risulta

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \quad\quad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4$$

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 - \frac{11}{4}$$

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 - \frac{11}{4} \quad \Rightarrow \quad 2y = \frac{5}{4}$$

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \qquad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 - \frac{11}{4} \quad \Rightarrow \quad 2y = \frac{5}{4}$$

e quindi $y = 5/8$.

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \overline{} \\ 4x \quad\quad = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.

Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 - \frac{11}{4} \quad \Rightarrow \quad 2y = \frac{5}{4}$$

e quindi $y = 5/8$. La soluzione è dunque

Sommando membro a membro risulta

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x \ + 2y = 4 \\ \hline 4x \quad\ = 11 \end{cases}$$

A questo punto l'equazione trovata sotto non contiene y e quindi troviamo subito $x = 11/4$.
Per trovare y, sostituiamo ad esempio nella seconda

$$\underbrace{\frac{11}{4}}_{x} + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 4 - \frac{11}{4} \quad \Rightarrow \quad 2y = \frac{5}{4}$$

e quindi $y = 5/8$. La soluzione è dunque

$$\begin{cases} x = \dfrac{11}{4} \\ y = \dfrac{5}{8}. \end{cases}$$

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 4x + y = 8. \end{cases}$$

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 4x + y = 8. \end{cases}$$

Ci accorgiamo che se moltiplichiamo la seconda equazione per 5, il coefficiente di y diviene l'opposto di quello della prima, così:

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 4x + y = 8. \end{cases}$$

Ci accorgiamo che se moltiplichiamo la seconda equazione per 5, il coefficiente di y diviene l'opposto di quello della prima, così:

$$\begin{array}{r} \\ {\color{red}5} \end{array}\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \end{cases}$$

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 4x + y = 8. \end{cases}$$

Ci accorgiamo che se moltiplichiamo la seconda equazione per 5, il coefficiente di y diviene l'opposto di quello della prima, così:

$$\begin{array}{r} \\ 5 \end{array}\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \end{cases}$$

(abbiamo scritto (in rosso) il coefficiente per cui abbiamo moltiplicato, così per tradizione)

Il metodo di riduzione è molto veloce, almeno per trovare una incognita, al punto che conviene a volte moltiplicare una delle due equazioni per un coefficiente opportuno in modo da ottenere l'annullamento di una delle due incognite.
Facciamo un altro esempio.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 4x + y = 8. \end{cases}$$

Ci accorgiamo che se moltiplichiamo la seconda equazione per 5, il coefficiente di y diviene l'opposto di quello della prima, così:

$$\begin{array}{r} \\ 5 \end{array} \begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \end{cases}$$

(abbiamo scritto (in rosso) il coefficiente per cui abbiamo moltiplicato, così per tradizione)
A questo punto sommiamo e troviamo

$$5 \begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \\ \hline 23x \qquad = 46 \end{cases}$$

$$5 \begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \\ \overline{} \\ 23x \quad\;\; = 46 \end{cases}$$

Quindi $x = 2$. Sostituendo nella seconda equazione (prima di averla moltiplicata per 5) troviamo

$$
\begin{array}{r}
\\
5 \\
\\
\\
\end{array}
\begin{cases}
3x - 5y = 6 \\
20x + 5y = 40. \\
\hline
23x \qquad = 46
\end{cases}
$$

Quindi $x = 2$. Sostituendo nella seconda equazione (prima di averla moltiplicata per 5) troviamo

$$8 + y = 8$$

$$5\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \\ \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ 23x \qquad = 46 \end{cases}$$

Quindi $x = 2$. Sostituendo nella seconda equazione (prima di averla moltiplicata per 5) troviamo

$$8 + y = 8$$

per cui $y = 0$.

$$5\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \\ \hline 23x \quad = 46 \end{cases}$$

Quindi $x = 2$. Sostituendo nella seconda equazione (prima di averla moltiplicata per 5) troviamo

$$8 + y = 8$$

per cui $y = 0$. La soluzione è dunque

$$5\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 20x + 5y = 40. \\ \hline 23x \qquad = 46 \end{cases}$$

Quindi $x = 2$. Sostituendo nella seconda equazione (prima di averla moltiplicata per 5) troviamo

$$8 + y = 8$$

per cui $y = 0$. La soluzione è dunque

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0. \end{cases}$$

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima.

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Per eliminare la y, moltiplichiamo la prima equazione per 3 e la seconda per 4:

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Per eliminare la y, moltiplichiamo la prima equazione per 3 e la seconda per 4:

$$\begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array} \begin{cases} 6x - 12y = 21 \\ 20x + 12y = 24 \end{cases}$$

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Per eliminare la y, moltiplichiamo la prima equazione per 3 e la seconda per 4:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \end{array} \begin{cases} 6x - 12y = 21 \\ 20x + 12y = 24 \end{cases}$$

da cui sommando membro a membro

Talvolta conviene, moltiplicare *entrambe* le equazioni per coefficienti opportuni per eliminare un'incognita, e far lo stesso per la seconda, anche se si conosce già la prima. Vediamo ad esempio il sistema

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Per eliminare la y, moltiplichiamo la prima equazione per 3 e la seconda per 4:

$$\begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array} \begin{cases} 6x - 12y = 21 \\ 20x + 12y = 24 \end{cases}$$

da cui sommando membro a membro

$$\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ \\ \\ \end{array} \begin{cases} 6x - 12y = 21 \\ 20x + 12y = 24 \\ \hline 26x \qquad = 45. \end{cases}$$

Quindi intanto $x = 45/26$. Questo valore è noioso da sostituire nell'equazione, per cui riprendiamo il sistema e facciamo in modo di eliminare la x. Il sistema era

Quindi intanto $x = 45/26$. Questo valore è noioso da sostituire nell'equazione, per cui riprendiamo il sistema e facciamo in modo di eliminare la x. Il sistema era

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

Quindi intanto $x = 45/26$. Questo valore è noioso da sostituire nell'equazione, per cui riprendiamo il sistema e facciamo in modo di eliminare la x. Il sistema era

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

e vediamo che possiamo moltiplicare la prima per 5 e la seconda per -2 in modo da eliminare la x (in pratica, scambiamo i coefficienti e un segno):

Quindi intanto $x = 45/26$. Questo valore è noioso da sostituire nell'equazione, per cui riprendiamo il sistema e facciamo in modo di eliminare la x. Il sistema era

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

e vediamo che possiamo moltiplicare la prima per 5 e la seconda per -2 in modo da eliminare la x (in pratica, scambiamo i coefficienti e un segno):

$$\begin{array}{r} 5 \\ -2 \end{array} \begin{cases} 10x - 20y = 35 \\ -10x - 6y = -12 \end{cases}$$

Quindi intanto $x = 45/26$. Questo valore è noioso da sostituire nell'equazione, per cui riprendiamo il sistema e facciamo in modo di eliminare la x. Il sistema era

$$\begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ 5x + 3y = 6 \end{cases}$$

e vediamo che possiamo moltiplicare la prima per 5 e la seconda per -2 in modo da eliminare la x (in pratica, scambiamo i coefficienti e un segno):

$$\begin{array}{r} 5 \\ -2 \end{array} \begin{cases} 10x - 20y = 35 \\ -10x - 6y = -12 \end{cases}$$

Sommiamo e otteniamo

$$\begin{array}{r} \color{red}{5} \\ \color{red}{-2} \\ \\ \\ \end{array} \begin{cases} 10x - 20y = 35 \\ -10x - 6y = -12 \\ \hline \\ \qquad -26y = 23. \end{cases}$$

$$
\begin{array}{r}
\color{red}{5} \\
\color{red}{-2} \\
\\
\\
\end{array}
\begin{cases}
10x - 20y = 35 \\
-\ 10x - 6y = -12 \\
\overline{} \\
\qquad -\ 26y = 23.
\end{cases}
$$

Pertanto $y = -23/26$ e la soluzione è

$$\begin{array}{r} \color{red}{5} \\ \color{red}{-2} \\ \\ \\ \end{array} \begin{cases} 10x - 20y = 35 \\ -\ 10x - 6y = -12 \\ \hline \\ \qquad -\ 26y = 23. \end{cases}$$

Pertanto $y = -23/26$ e la soluzione è

$$\begin{cases} x = \dfrac{45}{26} \\ y = -\dfrac{23}{26}. \end{cases}$$

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

$$x = 2 + 6y$$

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

$$x = 2 + 6y$$

e ricaviamola anche dalla seconda:

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

$$x = 2 + 6y$$

e ricaviamola anche dalla seconda:

$$x = 12 - 8y.$$

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

$$x = 2 + 6y$$

e ricaviamola anche dalla seconda:

$$x = 12 - 8y.$$

A questo punto, visto che x è la stessa, uguagliamo (confrontiamo) le due espressioni e troviamo

Il terzo metodo, detto *di confronto*, consiste nel ricavare la *stessa* incognita da entrambe le equazioni e poi uguagliare le espressioni trovate. Di fatto, è una variante della sostituzione. Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 6y = 2 \\ x + 8y = 12. \end{cases}$$

Ricaviamo x dalla prima equazione:

$$x = 2 + 6y$$

e ricaviamola anche dalla seconda:

$$x = 12 - 8y.$$

A questo punto, visto che x è la stessa, uguagliamo (confrontiamo) le due espressioni e troviamo

$$\underbrace{2 + 6y}_{\text{prima espr.}} \quad = \quad \underbrace{12 - 8y}_{\text{seconda espr.}}$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$.

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} =$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} = 2 + \frac{30}{7} =$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} = 2 + \frac{30}{7} = \frac{44}{7}.$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} = 2 + \frac{30}{7} = \frac{44}{7}.$$

La soluzione è quindi

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} = 2 + \frac{30}{7} = \frac{44}{7}.$$

La soluzione è quindi

$$\begin{cases} x = \dfrac{44}{7} \\ y = \dfrac{5}{7}. \end{cases}$$

e dunque

$$6y + 8y = 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad 14y = 10$$

e quindi $y = 5/7$. Sostituendo in una delle due espressioni trovate si ricava x:

$$x = 2 + 6 \cdot \frac{5}{7} = 2 + \frac{30}{7} = \frac{44}{7}.$$

La soluzione è quindi

$$\begin{cases} x = \dfrac{44}{7} \\ y = \dfrac{5}{7}. \end{cases}$$

Questo metodo non è molto conveniente per un sistema in forma generale, ma è utile quando le equazioni si presentano già in forma "ricavata" rispetto alla stessa incognita.

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).
Sappiamo però che un'equazione di primo grado può essere anche impossibile o indeterminata. Che succede del corrispondente sistema?

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).
Sappiamo però che un'equazione di primo grado può essere anche impossibile o indeterminata. Che succede del corrispondente sistema? Vediamo un esempio.

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).
Sappiamo però che un'equazione di primo grado può essere anche impossibile o indeterminata. Che succede del corrispondente sistema?
Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 3. \end{cases}$$

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).
Sappiamo però che un'equazione di primo grado può essere anche impossibile o indeterminata. Che succede del corrispondente sistema?
Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 3. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la prima equazione per -2 (usiamo cioè il metodo di riduzione):

Casi particolari

Abbiamo visto che un sistema di primo grado in due incognite conduce a un'equazione di primo grado a una incognita. Questo è sempre vero e si può dimostrare (v. Approfondimento).
Sappiamo però che un'equazione di primo grado può essere anche impossibile o indeterminata. Che succede del corrispondente sistema? Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 3. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la prima equazione per -2 (usiamo cioè il metodo di riduzione):

$$-2 \begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3. \end{cases}$$

Sommiamo e troviamo

$$-2\quad\begin{cases} -6x+4y=-2 \\ 6x-4y=3 \\ \overline{} \\ 0=1. \end{cases}$$

Sommiamo e troviamo

$$-2\begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3 \\ \overline{} \\ 0 = 1. \end{cases}$$

Siccome $0 = 1$ è impossibile, non possiamo trovare nulla!

Sommiamo e troviamo

$$-2 \begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3 \\ \overline{} \\ 0 = 1. \end{cases}$$

Siccome $0 = 1$ è impossibile, non possiamo trovare nulla! Ma forse è il metodo di riduzione. Proviamo allora a ricavare x dalla prima:

Sommiamo e troviamo

$$-2 \begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3 \\ \hline 0 = 1. \end{cases}$$

Siccome $0 = 1$ è impossibile, non possiamo trovare nulla! Ma forse è il metodo di riduzione. Proviamo allora a ricavare x dalla prima:

$$x = \frac{2y + 1}{3}.$$

Sommiamo e troviamo

$$-2\ \begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3 \\ \overline{} \\ 0 = 1. \end{cases}$$

Siccome $0 = 1$ è impossibile, non possiamo trovare nulla! Ma forse è il metodo di riduzione. Proviamo allora a ricavare x dalla prima:

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo nella seconda:

Sommiamo e troviamo

$$-2 \begin{cases} -6x + 4y = -2 \\ 6x - 4y = 3 \\ \overline{} \\ 0 = 1. \end{cases}$$

Siccome $0 = 1$ è impossibile, non possiamo trovare nulla! Ma forse è il metodo di riduzione. Proviamo allora a ricavare x dalla prima:

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo nella seconda:

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 3.$$

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9$$

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.
Dobbiamo concludere che y non si può trovare. Si potrà trovare x?

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.
Dobbiamo concludere che y non si può trovare. Si potrà trovare x? No, perché ricavando y dalla prima abbiamo

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.
Dobbiamo concludere che y non si può trovare. Si potrà trovare x? No, perché ricavando y dalla prima abbiamo

$$y = \frac{3x - 1}{2}.$$

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.
Dobbiamo concludere che y non si può trovare. Si potrà trovare x? No, perché ricavando y dalla prima abbiamo

$$y = \frac{3x - 1}{2}.$$

Se a questo punto si potesse trovare x, si saprebbe anche y, ma questo è impossibile come abbiamo visto.

Sembra filare tutto liscio. Allora risolviamo:

$$12y + 6 - 12y = 9 \quad \Rightarrow \quad 6 = 9$$

e dunque ci risiamo! Equazione impossibile.
Dobbiamo concludere che y non si può trovare. Si potrà trovare x? No, perché ricavando y dalla prima abbiamo

$$y = \frac{3x - 1}{2}.$$

Se a questo punto si potesse trovare x, si saprebbe anche y, ma questo è impossibile come abbiamo visto.
Dunque concludiamo che *se il sistema conduce a un'equazione impossibile, il sistema stesso è impossibile*.

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo.

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y + 1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 2$$

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 2$$

e poi

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 2$$

e poi

$$12y + 6 - 12y = 6$$

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 2$$

e poi

$$12y + 6 - 12y = 6 \quad \Rightarrow \quad 6 = 6$$

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y + 1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y + 1}{3} - 4y = 2$$

e poi

$$12y + 6 - 12y = 6 \quad \Rightarrow \quad 6 = 6$$

cioè un'equazione indeterminata.

E se l'equazione risulta indeterminata? Vediamo. Modifichiamo un po' l'esempio di prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Siccome la prima è rimasta invariata, abbiamo ancora

$$x = \frac{2y+1}{3}.$$

Sostituiamo come prima e troviamo

$$6\frac{2y+1}{3} - 4y = 2$$

e poi

$$12y + 6 - 12y = 6 \quad \Rightarrow \quad 6 = 6$$

cioè un'equazione indeterminata. Cosa significa? Significa che ogni valore di y è una soluzione, come abbiamo visto nelle equazioni di primo grado.

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*.

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato?

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*.
E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

Siccome poi $x = (2y+1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*.
E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x-1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

Siccome poi $x = (2y+1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x-1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

e quindi

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*.
E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x - 1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4$$

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4 \quad \Rightarrow$$

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 = 4$$

Siccome poi $x = (2y+1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x-1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 = 4$$

che è indeterminata.

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x-1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 = 4$$

che è indeterminata. Quindi stavolta siamo liberi di scegliere la x, e la y risulterà determinata da questa scelta con la relazione $y = (3x - 1)/2$.

Siccome poi $x = (2y + 1)/3$, concludiamo che, una volta fissata y a piacere, resta determinata x. Concludiamo che *se un sistema conduce ad un'equazione indeterminata, allora il sistema ammette infinite soluzioni*. E se avessimo risolto in x, cosa avremmo trovato? Proviamo: sappiamo che $y = (3x - 1)/2$ dalla prima; sostituiamo nella seconda e troviamo

$$6x - 4\frac{3x - 1}{2} = 2$$

e quindi

$$12x - 12x + 4 = 4 \quad \Rightarrow \quad 4 = 4$$

che è indeterminata. Quindi stavolta siamo liberi di scegliere la x, e la y risulterà determinata da questa scelta con la relazione $y = (3x - 1)/2$.

Come vedete, non è possibile scegliere *entrambe* le incognite liberamente: una volta scelta un'incognita, l'altra viene determinata dall'equazione rimanente.

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$$

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$$

Quindi, di fatto, stiamo intersecando un insieme (quello dei numeri x, y tali che $3x - 2y = 1$ con se stesso:

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$$

Quindi, di fatto, stiamo intersecando un insieme (quello dei numeri x, y tali che $3x - 2y = 1$ con se stesso: alla fine non cambia nulla.

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$$

Quindi, di fatto, stiamo intersecando un insieme (quello dei numeri x, y tali che $3x - 2y = 1$ con se stesso: alla fine non cambia nulla. E siccome un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha in genere infinite soluzioni, ecco perché il sistema risulta indeterminato.

Diamo un'ultima occhiata al sistema di partenza.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 2. \end{cases}$$

Se semplifichiamo un 2 nella seconda equazione, vediamo subito che risulta identica alla prima:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 3x - 2y = 1. \end{cases}$$

Quindi, di fatto, stiamo intersecando un insieme (quello dei numeri x, y tali che $3x - 2y = 1$ con se stesso: alla fine non cambia nulla. E siccome un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha in genere infinite soluzioni, ecco perché il sistema risulta indeterminato.

Si può dimostrare che se un sistema di primo grado in due incognite è indeterminato, allora le due equazioni sono sempre la stessa (v. Approfondimento).

Approfondimento: determinanti

In questa parte vediamo di usare quello che abbiamo imparato per risolvere un *generico* sistema di primo grado in due incognite.

Approfondimento: determinanti

In questa parte vediamo di usare quello che abbiamo imparato per risolvere un *generico* sistema di primo grado in due incognite. Scriviamolo così:

Approfondimento: determinanti

In questa parte vediamo di usare quello che abbiamo imparato per risolvere un *generico* sistema di primo grado in due incognite.
Scriviamolo così:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2. \end{cases}$$

Approfondimento: determinanti

In questa parte vediamo di usare quello che abbiamo imparato per risolvere un *generico* sistema di primo grado in due incognite. Scriviamolo così:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

Normalmente i coefficienti si conoscono, ma qui vogliamo tenerli "liberi": l'unica restrizione che diamo è che a_1, b_1, c_1 non siano *tutti* nulli (perché altrimenti la prima equazione "evapora", e la stessa cosa per i secondi tre coefficienti.

Approfondimento: determinanti

In questa parte vediamo di usare quello che abbiamo imparato per risolvere un *generico* sistema di primo grado in due incognite. Scriviamolo così:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2. \end{cases}$$

Normalmente i coefficienti si conoscono, ma qui vogliamo tenerli "liberi": l'unica restrizione che diamo è che a_1, b_1, c_1 non siano *tutti* nulli (perché altrimenti la prima equazione "evapora", e la stessa cosa per i secondi tre coefficienti.
Guardiamo allora la prima equazione. Se per caso i coefficienti di x e y sono nulli, di fatto sta scritto $c_1 = 0$ e questa è impossibile, perché abbiamo appena detto che tutti e tre non possono essere nulli. Ma allora il sistema è impossibile, ma in maniera banale (stiamo intersecando con l'insieme vuoto).

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione.

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.
A questo punto vogliamo usare il metodo di riduzione per eliminare un'incognita, però ricordiamo che non possiamo moltiplicare per zero un'equazione (ecco il perché di tutti queste distinzioni).

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.
A questo punto vogliamo usare il metodo di riduzione per eliminare un'incognita, però ricordiamo che non possiamo moltiplicare per zero un'equazione (ecco il perché di tutti queste distinzioni).
Allora supponiamo che sia a_1 che a_2 non siano zero e moltiplichiamo la prima equazione per a_2 e la seconda per $-a_1$, così:

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.
A questo punto vogliamo usare il metodo di riduzione per eliminare un'incognita, però ricordiamo che non possiamo moltiplicare per zero un'equazione (ecco il perché di tutti queste distinzioni).
Allora supponiamo che sia a_1 che a_2 non siano zero e moltiplichiamo la prima equazione per a_2 e la seconda per $-a_1$, così:

$$\begin{array}{r} -a_2 \\ a_1 \end{array}\begin{cases} -a_1a_2x - b_1a_2y = -c_1a_2 \\ a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2. \end{cases}$$

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.
A questo punto vogliamo usare il metodo di riduzione per eliminare un'incognita, però ricordiamo che non possiamo moltiplicare per zero un'equazione (ecco il perché di tutti queste distinzioni).
Allora supponiamo che sia a_1 che a_2 non siano zero e moltiplichiamo la prima equazione per a_2 e la seconda per $-a_1$, così:

$$\begin{array}{r} -a_2 \\ a_1 \end{array}\begin{cases} -a_1a_2x - b_1a_2y = -c_1a_2 \\ a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2. \end{cases}$$

Se sommiamo, la x si semplifica e troviamo

La stessa cosa capiterà per la seconda equazione. Quindi supporremo che a_1 e b_1 non siano entrambi zero e nemmeno contemporaneamente a_2 e b_2.
A questo punto vogliamo usare il metodo di riduzione per eliminare un'incognita, però ricordiamo che non possiamo moltiplicare per zero un'equazione (ecco il perché di tutti queste distinzioni).
Allora supponiamo che sia a_1 che a_2 non siano zero e moltiplichiamo la prima equazione per a_2 e la seconda per $-a_1$, così:

$$\begin{array}{r} -a_2 \\ a_1 \end{array}\begin{cases} -a_1a_2x - b_1a_2y = -c_1a_2 \\ a_1a_2x + a_1b_2y = a_1c_2. \end{cases}$$

Se sommiamo, la x si semplifica e troviamo

$$(a_1b_2 - b_1a_2)y = (a_1c_2 - c_1a_2).$$

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Se y esiste, siamo in grado di determinare la x?

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Se y esiste, siamo in grado di determinare la x? Sì, perché, per esempio, la prima equazione è

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Se y esiste, siamo in grado di determinare la x? Sì, perché, per esempio, la prima equazione è

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Se y esiste, siamo in grado di determinare la x? Sì, perché, per esempio, la prima equazione è

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

Immaginiamo di sostituire il valore trovato di y (nel caso $D \neq 0$).

Notiamo il coefficiente di y e lo chiamiamo D:

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

Da quanto sappiamo sulle equazioni di primo grado, possiamo concludere che:

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in y ha una sola soluzione, data da

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in y è impossibile o indeterminata.

Se y esiste, siamo in grado di determinare la x? Sì, perché, per esempio, la prima equazione è

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

Immaginiamo di sostituire il valore trovato di y (nel caso $D \neq 0$). Siccome il coefficiente di x non è zero per ipotesi, possiamo determinare esattamente x.

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y.

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y. Moltiplichiamo la prima equazione per b_2 e la seconda per $-b_1$, così:

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y. Moltiplichiamo la prima equazione per b_2 e la seconda per $-b_1$, così:

$$\begin{array}{r} b_2 \\ -b_1 \end{array}\left\{\begin{array}{l} a_1 b_2 x + b_1 b_2 = c_1 b_2 \\ -\, b_1 a_2 x - b_1 b_2 y = -b_1 c_2. \end{array}\right.$$

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y. Moltiplichiamo la prima equazione per b_2 e la seconda per $-b_1$, così:

$$\begin{array}{r} b_2 \\ -b_1 \end{array} \begin{cases} a_1 b_2 x + b_1 b_2 = c_1 b_2 \\ -b_1 a_2 x - b_1 b_2 y = -b_1 c_2. \end{cases}$$

Se sommiamo, come previsto, la y si semplifica e resta

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y. Moltiplichiamo la prima equazione per b_2 e la seconda per $-b_1$, così:

$$\begin{array}{r} {\color{red} b_2} \\ {\color{red} -b_1} \end{array} \begin{cases} a_1 b_2 x + b_1 b_2 = c_1 b_2 \\ -\, b_1 a_2 x - b_1 b_2 y = -b_1 c_2. \end{cases}$$

Se sommiamo, come previsto, la y si semplifica e resta

$$(a_1 b_2 - b_1 a_2)x = c_1 b_2 - b_1 c_2.$$

Supponiamo adesso invece che b_1 e b_2 non siano nulli e cerchiamo di far "saltare" la y. Moltiplichiamo la prima equazione per b_2 e la seconda per $-b_1$, così:

$$\begin{array}{r} b_2 \\ -b_1 \end{array}\begin{cases} a_1 b_2 x + b_1 b_2 = c_1 b_2 \\ -b_1 a_2 x - b_1 b_2 y = -b_1 c_2. \end{cases}$$

Se sommiamo, come previsto, la y si semplifica e resta

$$(a_1 b_2 - b_1 a_2)x = c_1 b_2 - b_1 c_2.$$

Osserviamo così che

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

Cosa succede se vi sono degli zeri?

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

Cosa succede se vi sono degli zeri? Per esempio, se $a_1 = 0$ il sistema è

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

Cosa succede se vi sono degli zeri? Per esempio, se $a_1 = 0$ il sistema è

$$\begin{cases} b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2. \end{cases}$$

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

Cosa succede se vi sono degli zeri? Per esempio, se $a_1 = 0$ il sistema è

$$\begin{cases} b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2. \end{cases}$$

Il coefficiente di y non può essere zero, per ipotesi, per cui si può ricavare y e troviamo

- Se $D \neq 0$, allora l'equazione in x ha una sola soluzione, data da

$$x = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

- Se $D = 0$, allora l'equazione in x è impossibile o indeterminata.

Anche qui, se x esiste, abbiamo che possiamo determinare y perché per esempio nella prima equazione

$$a_1 x + b_1 y = c_1.$$

il coefficiente di y non è zero.

Cosa succede se vi sono degli zeri? Per esempio, se $a_1 = 0$ il sistema è

$$\begin{cases} b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2. \end{cases}$$

Il coefficiente di y non può essere zero, per ipotesi, per cui si può ricavare y e troviamo

$$y = \frac{c_1}{b_1}.$$

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no.

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2 = -b_1 a_2$$

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 = -b_1a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2 = -b_1 a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.
In maniera analoga si ragiona in tutti gli altri casi nei quali uno dei quattro numeri a_1, a_2, b_1, b_2 è zero.

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 = -b_1a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.
In maniera analoga si ragiona in tutti gli altri casi nei quali uno dei quattro numeri a_1, a_2, b_1, b_2 è zero.

Infine, anche nei casi in cui a_1 e b_1 sono nulli (e quindi un'equazione è *sicuramente* impossibile o indeterminata) si ha $D = 0$, in quanto

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 = -b_1a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.
In maniera analoga si ragiona in tutti gli altri casi nei quali uno dei quattro numeri a_1, a_2, b_1, b_2 è zero.

Infine, anche nei casi in cui a_1 e b_1 sono nulli (e quindi un'equazione è *sicuramente* impossibile o indeterminata) si ha $D = 0$, in quanto

$$D = \underbrace{a_1}_{=0} b_2 - \underbrace{b_1}_{=0} a_2 =$$

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 = -b_1a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.
In maniera analoga si ragiona in tutti gli altri casi nei quali uno dei quattro numeri a_1, a_2, b_1, b_2 è zero.

Infine, anche nei casi in cui a_1 e b_1 sono nulli (e quindi un'equazione è *sicuramente* impossibile o indeterminata) si ha $D = 0$, in quanto

$$D = \underbrace{a_1}_{=0} b_2 - \underbrace{b_1}_{=0} a_2 = 0 \cdot b_2 - 0 \cdot a_2 = 0$$

Per trovare x, possiamo pensare di sostituire nella seconda equazione

$$a_2x + b_2y = c_2$$

e troveremo x se $a_2 \neq 0$, altrimenti no. Però osserviamo che se $a_1 = 0$, il "numero magico" D diventa

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 = -b_1a_2$$

e quindi di nuovo, se $a_1 = 0$, è il fatto che D sia o meno nullo che decide se il sistema ammette una unica soluzione.
In maniera analoga si ragiona in tutti gli altri casi nei quali uno dei quattro numeri a_1, a_2, b_1, b_2 è zero.

Infine, anche nei casi in cui a_1 e b_1 sono nulli (e quindi un'equazione è *sicuramente* impossibile o indeterminata) si ha $D = 0$, in quanto

$$D = \underbrace{a_1}_{=0} b_2 - \underbrace{b_1}_{=0} a_2 = 0 \cdot b_2 - 0 \cdot a_2 = 0$$

e questo accade anche nel caso "tremendo" in cui *tutti e 4* i coefficienti delle incognite sono nulli.

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

ammette una unica soluzione se e solo se

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

ammette una unica soluzione se e solo se

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 \neq 0.$$

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

ammette una unica soluzione se e solo se

$$D = a_1b_2 - b_1a_2 \neq 0.$$

Se poi $D = 0$, allora il sistema è o impossibile o indeterminato.

Riassumendo, abbiamo dimostrato un importante teorema:

Teorema

Un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

ammette una unica soluzione se e solo se

$$D = a_1 b_2 - b_1 a_2 \neq 0.$$

Se poi $D = 0$, allora il sistema è o impossibile o indeterminato.

Il numero D si chiama *determinante* del sistema.

Come fare per ricordare il determinante? Si fa così: si mettono i coefficienti delle incognite, indicati in rosso,

Come fare per ricordare il determinante? Si fa così: si mettono i coefficienti delle incognite, indicati in rosso,

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

Come fare per ricordare il determinante? Si fa così: si mettono i coefficienti delle incognite, indicati in rosso,

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

in una tabella, così:

Come fare per ricordare il determinante? Si fa così: si mettono i coefficienti delle incognite, indicati in rosso,

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

in una tabella, così:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Come fare per ricordare il determinante? Si fa così: si mettono i coefficienti delle incognite, indicati in rosso,

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

in una tabella, così:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

e si osserva che D risulta il prodotto del primo per il quarto meno il secondo per il terzo.

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

cioè

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

osserviamo che il numeratore della formula è il "determinante" di *questa* tabella, che chiameremo D_y:

Torniamo ora alla formula per trovare la y:

$$y = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{D}.$$

Se ora scriviamo la tabella con i coefficienti in rosso (in pratica al posto di quelli di y ci vanno quelli noti)

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

osserviamo che il numeratore della formula è il “determinante” di *questa* tabella, che chiameremo D_y:

$$D_y = a_1 c_2 - c_1 a_2.$$

quindi avremo

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

ci accorgiamo che possiamo scriverla così:

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

ci accorgiamo che possiamo scriverla così:

$$x = \frac{D_x}{D}$$

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

ci accorgiamo che possiamo scriverla così:

$$x = \frac{D_x}{D}$$

dove abbiamo definito il "determinante" della tabella

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

ci accorgiamo che possiamo scriverla così:

$$x = \frac{D_x}{D}$$

dove abbiamo definito il "determinante" della tabella

$$\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

quindi avremo

$$y = \frac{D_y}{D}.$$

Se riprendiamo infine l'equazione in x

$$Dx = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

ci accorgiamo che possiamo scriverla così:

$$x = \frac{D_x}{D}$$

dove abbiamo definito il "determinante" della tabella

$$\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

dato da $D_x = b_1 c_2 - c_1 b_2$, ottenuto sempre nello stesso modo, sostituendo le c al posto delle a del sistema.

Le “tabelle” si chiamano in realtà *matrici* e l’operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite “determina” qualcosa.

Le “tabelle” si chiamano in realtà *matrici* e l'operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite “determina” qualcosa.
La matrice che origina D è quella dei coefficienti delle incognite, mentre quelle che originano D_x e D_y si trovano dalla prima sostituendo i due c (c_1 e c_2) al posto delle lettere corrispondenti all'incognita che si vuol trovare.

Le "tabelle" si chiamano in realtà *matrici* e l'operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite "determina" qualcosa.
La matrice che origina D è quella dei coefficienti delle incognite, mentre quelle che originano D_x e D_y si trovano dalla prima sostituendo i due c (c_1 e c_2) al posto delle lettere corrispondenti all'incognita che si vuol trovare.
Mettiamoci ora nel caso $D = 0$. Siamo in grado di stabilire se il sistema è impossibile o indeterminato?

Le "tabelle" si chiamano in realtà *matrici* e l'operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite "determina" qualcosa.
La matrice che origina D è quella dei coefficienti delle incognite, mentre quelle che originano D_x e D_y si trovano dalla prima sostituendo i due c (c_1 e c_2) al posto delle lettere corrispondenti all'incognita che si vuol trovare.
Mettiamoci ora nel caso $D = 0$. Siamo in grado di stabilire se il sistema è impossibile o indeterminato? Dalle equazioni per x e y

Le "tabelle" si chiamano in realtà *matrici* e l'operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite "determina" qualcosa.
La matrice che origina D è quella dei coefficienti delle incognite, mentre quelle che originano D_x e D_y si trovano dalla prima sostituendo i due c (c_1 e c_2) al posto delle lettere corrispondenti all'incognita che si vuol trovare.
Mettiamoci ora nel caso $D = 0$. Siamo in grado di stabilire se il sistema è impossibile o indeterminato? Dalle equazioni per x e y

$$Dx = D_x, \qquad Dy = D_y$$

Le "tabelle" si chiamano in realtà *matrici* e l'operazione indicata, appunto, *determinante*, anche solo il determinante dei coefficienti delle incognite "determina" qualcosa.
La matrice che origina D è quella dei coefficienti delle incognite, mentre quelle che originano D_x e D_y si trovano dalla prima sostituendo i due c (c_1 e c_2) al posto delle lettere corrispondenti all'incognita che si vuol trovare.
Mettiamoci ora nel caso $D = 0$. Siamo in grado di stabilire se il sistema è impossibile o indeterminato? Dalle equazioni per x e y

$$Dx = D_x, \qquad Dy = D_y$$

è ora facile farlo, perché se $D = 0$ e uno dei due determinanti D_x oppure D_y è diverso da zero, l'equazione è impossibile, altrimenti indeterminata.

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata?

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$.
Quindi

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$.
Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$.

Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 =$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$.
Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1} \underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} =$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1}\underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} = (a_2 b_1)(c_1 b_2) =$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1}\underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} = (a_2 b_1)(c_1 b_2) = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$.
Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1} \underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} = (a_2 b_1)(c_1 b_2) = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Riscriviamo inizio e fine:

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.

Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1} \underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} = (a_2 b_1)(c_1 b_2) = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Riscriviamo inizio e fine:

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Approfondimento difficile

L'unico dubbio che può sorgere è questo: ma può capitare che *una* delle due equazioni sia impossibile e *l'altra* indeterminata? No. Vediamo un po' più da vicino perché.
Supponiamo che la prima sia indeterminata, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$. Quindi

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 - c_1 b_2 = 0.$$

Riscriviamo le due relazioni così:

$$a_1 b_2 = a_2 b_1 \qquad \text{e} \qquad b_1 c_2 = c_1 b_2.$$

Allora

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = \underbrace{(a_1 b_2)}_{=a_2 b_1} \underbrace{(b_1 c_2)}_{=c_1 b_2} = (a_2 b_1)(c_1 b_2) = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Riscriviamo inizio e fine:

$$b_1 b_2 a_1 c_2 = b_1 b_2 a_2 c_1.$$

Se b_1 e b_2 non sono nulli, dividendo per $b_1 b_2$ troviamo $a_1 c_2 = a_2 c_1$, cioè $D_y = 0$.

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} c_2 \\ -c_1 \end{array} \begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ -c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} c_2 \\ -c_1 \end{array} \begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ -c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

e troviamo

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} c_2 \\ -c_1 \end{array} \begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ - c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

e troviamo

$$(a_1 c_2 - c_1 a_2) x = 0.$$

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} {\color{red}c_2} \\ {\color{red}-c_1} \end{array} \begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ - c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

e troviamo

$$(a_1 c_2 - c_1 a_2) x = 0.$$

Ma se l'equazione è indeterminata, allora il coefficiente di x deve essere zero, ossia

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} c_2 \\ -c_1 \end{array}\begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ -\, c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

e troviamo

$$(a_1 c_2 - c_1 a_2) x = 0.$$

Ma se l'equazione è indeterminata, allora il coefficiente di x deve essere zero, ossia

$$D_y = a_1 c_2 - c_1 a_2 = 0$$

Se invece ad esempio $b_1 = 0$, $D = 0$ significa $a_1 b_2 = 0$ e $D_x = 0$ significa $c_1 b_2 = 0$. Se b_2 non è zero, allora abbiamo che $a_1 = 0$ e $c_1 = 0$, ossia $D_y = 0$.
Infine, se anche $b_2 = 0$, il sistema diventa

$$\begin{cases} a_1 x = c_1 \\ a_2 x = c_2 \end{cases}$$

Per ipotesi questo sistema è indeterminato in x. Eliminiamo la x col solito metodo di riduzione:

$$\begin{array}{r} \color{red}{c_2} \\ \color{red}{-c_1} \end{array} \begin{cases} a_1 c_2 x = c_1 c_2 \\ - c_1 a_2 x = -c_1 c_2 \end{cases}$$

e troviamo

$$(a_1 c_2 - c_1 a_2) x = 0.$$

Ma se l'equazione è indeterminata, allora il coefficiente di x deve essere zero, ossia

$$D_y = a_1 c_2 - c_1 a_2 = 0$$

anche in questo caso.

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Soluzione dei sistemi di primo grado in due incognite

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Soluzione dei sistemi di primo grado in due incognite

Dato un sistema di primo grado in due incognite, esso ammette una e una soluzione se $D \neq 0$, data da

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Soluzione dei sistemi di primo grado in due incognite

Dato un sistema di primo grado in due incognite, esso ammette una e una soluzione se $D \neq 0$, data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}.$$

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Soluzione dei sistemi di primo grado in due incognite

Dato un sistema di primo grado in due incognite, esso ammette una e una soluzione se $D \neq 0$, data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}.$$

Se $D = 0$ e $D_x \neq 0$ (oppure $D_y \neq 0$), allora anche $D_y \neq 0$ (rispettivamente $D_x \neq 0$) e il sistema è impossibile.

Possiamo pertanto completare il precedente teorema.

Soluzione dei sistemi di primo grado in due incognite

Dato un sistema di primo grado in due incognite, esso ammette una e una soluzione se $D \neq 0$, data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}.$$

Se $D = 0$ e $D_x \neq 0$ (oppure $D_y \neq 0$), allora anche $D_y \neq 0$ (rispettivamente $D_x \neq 0$) e il sistema è impossibile. Se $D = 0$ e $D_x = 0$ (oppure $D_y = 0$), allora anche $D_y = 0$ (rispettivamente $D_x = 0$) e il sistema ammette infinite soluzioni.

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione.

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione.
Se poi anche $D_x = 0$, abbiamo $b_1 c_2 = c_1 b_2$, cioè

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione.
Se poi anche $D_x = 0$, abbiamo $b_1 c_2 = c_1 b_2$, cioè

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione. Se poi anche $D_x = 0$, abbiamo $b_1 c_2 = c_1 b_2$, cioè

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

e quindi nel caso indeterminato, i coefficienti delle due equazioni sono proporzionali.

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione.
Se poi anche $D_x = 0$, abbiamo $b_1 c_2 = c_1 b_2$, cioè

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

e quindi nel caso indeterminato, i coefficienti delle due equazioni sono proporzionali. Pertanto una equazione è uguale all'altra moltiplicata per un coefficiente.

Osserviamo infine che nell'ultimo caso, ossia $D = 0$ e $D_x = 0$, abbiamo

$$a_1 b_2 = b_1 a_2$$

che possiamo scrivere (se a_2, b_2 sono non nulli)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

Dunque se $D = 0$, le parti in x e y hanno coefficienti in proporzione.
Se poi anche $D_x = 0$, abbiamo $b_1 c_2 = c_1 b_2$, cioè

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

e quindi nel caso indeterminato, i coefficienti delle due equazioni sono proporzionali. Pertanto una equazione è uguale all'altra moltiplicata per un coefficiente. Se $a_2 = 0$ o $b_2 = 0$ la conclusione è la stessa (si può verificare per esercizio).

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

si può risolvere con una formula "meccanica". Questa è particolarmente utile nei sistemi letterali.

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

si può risolvere con una formula "meccanica". Questa è particolarmente utile nei sistemi letterali.

Definizione

Dati quattro numeri razionali a, b, c, d, definiamo *matrice* una tabella dei quattro numeri così disposti:

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

si può risolvere con una formula "meccanica". Questa è particolarmente utile nei sistemi letterali.

Definizione

Dati quattro numeri razionali a, b, c, d, definiamo *matrice* una tabella dei quattro numeri così disposti:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

La formula generale

Come abbiamo visto nell'approfondimento, un sistema di primo grado in due incognite scritto in forma qualsiasi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

si può risolvere con una formula "meccanica". Questa è particolarmente utile nei sistemi letterali.

Definizione

Dati quattro numeri razionali a, b, c, d, definiamo *matrice* una tabella dei quattro numeri così disposti:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}.$$

Definiamo poi *determinante* della matrice il numero $D = ad - bc$.

Spesso si usa la scrittura

$$\det\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

Spesso si usa la scrittura

$$\det \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

per indicare il determinante di una matrice.

Spesso si usa la scrittura

$$\det \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

per indicare il determinante di una matrice.
Ecco la formula risolutiva generale.

Formula risolutiva

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \det \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2. \end{vmatrix}.$$

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \det \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2. \end{vmatrix}.$$

Allora, se $D \neq 0$, la soluzione è data da

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \det \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2. \end{vmatrix}.$$

Allora, se $D \neq 0$, la soluzione è data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \qquad y = \frac{D_y}{D}.$$

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \det \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2. \end{vmatrix}.$$

Allora, se $D \neq 0$, la soluzione è data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \qquad y = \frac{D_y}{D}.$$

Se $D = 0$, allora il sistema è impossibile se D_x o D_y sono diversi da zero, e ammette infinite soluzioni se $D_x = 0$ oppure $D_y = 0$.

Formula risolutiva

Dato un sistema di primo grado in due incognite

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

poniamo

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \det \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2. \end{vmatrix}.$$

Allora, se $D \neq 0$, la soluzione è data da

$$x = \frac{D_x}{D}, \qquad y = \frac{D_y}{D}.$$

Se $D = 0$, allora il sistema è impossibile se D_x o D_y sono diversi da zero, e ammette infinite soluzioni se $D_x = 0$ oppure $D_y = 0$.

Le matrici di D_x e D_y si ottengono sostituendo le c alla colonna della variabile che si vuol trovare.

Vediamo un esempio.

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 =$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 =$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile.

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} =$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38 \qquad D_y = \det \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} =$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38 \qquad D_y = \det \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 3 =$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38 \qquad D_y = \det \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 3 = 13$$

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38 \qquad D_y = \det \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 3 = 13$$

per cui infine

Vediamo un esempio.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 6y = 8 \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 4 \cdot 3 = -12 - 12 = -24 \neq 0$$

per cui il sistema è risolubile. Poi abbiamo

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -6 - 32 = -38 \qquad D_y = \det \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 16 - 3 = 13$$

per cui infine

$$x = \frac{-38}{-24} = \frac{19}{12}, \qquad y = \frac{13}{-24} = -\frac{13}{24}.$$

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.
Calcoliamo allora D:

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.
Calcoliamo allora D:

$$D = \det \begin{vmatrix} a-2 & 2 \\ a & 4 \end{vmatrix} =$$

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x+2y=3 \\ ax+4y=a-1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.
Calcoliamo allora D:

$$D = \det \begin{vmatrix} a-2 & 2 \\ a & 4 \end{vmatrix} = 4(a-2) - 2a =$$

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.
Calcoliamo allora D:

$$D = \det \begin{vmatrix} a-2 & 2 \\ a & 4 \end{vmatrix} = 4(a-2) - 2a = 2a - 8.$$

La formula generale è utile quando si hanno sistemi letterali.
Supponiamo sia dato il sistema

$$\begin{cases} (a-2)x + 2y = 3 \\ ax + 4y = a - 1 \end{cases}$$

e di voler stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{Q}$ il sistema è o meno risolubile, impossibile o indeterminato.
Calcoliamo allora D:

$$D = \det \begin{vmatrix} a-2 & 2 \\ a & 4 \end{vmatrix} = 4(a-2) - 2a = 2a - 8.$$

Quindi, se $D \neq 0$, ossia se $2a - 8 \neq 0$, il sistema ammette una sola soluzione.

Siccome

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4},$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Se $D = 0$, cioè se $2a - 8 = 0$,

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Se $D = 0$, cioè se $2a - 8 = 0$, ossia $a = 4$, abbiamo

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Se $D = 0$, cioè se $2a - 8 = 0$, ossia $a = 4$, abbiamo

$$D_x = 14 - 2a =$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Se $D = 0$, cioè se $2a - 8 = 0$, ossia $a = 4$, abbiamo

$$D_x = 14 - 2a = 14 - 8 = 6 \neq 0$$

Siccome

$$D_x = \det \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ a-1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2(a-1) = 14 - 2a$$

$$D_y = \det \begin{vmatrix} a-2 & 3 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = (a-2)(a-1) - 3a = a^2 - 6a + 2$$

troviamo

$$x = \frac{14-2a}{2a-8} = \frac{7-a}{a-4}, \qquad y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8}.$$

Se $D = 0$, cioè se $2a - 8 = 0$, ossia $a = 4$, abbiamo

$$D_x = 14 - 2a = 14 - 8 = 6 \neq 0$$

e quindi il sistema è impossibile.

In definitiva

In definitiva

$$\begin{cases} a \neq 4: & x = \frac{7-a}{a-4}, y = \frac{a^2-6a+2}{2a-8} \\ a = 4: & \text{impossibile.} \end{cases}$$

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

e volendo anche quattro, cinque, e così via.

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

e volendo anche quattro, cinque, e così via.

Chiediamoci però: se abbiamo delle equazioni a tre incognite, quante ne serviranno per non rendere banale (cioè: impossibile o indeterminato) il sistema?

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

e volendo anche quattro, cinque, e così via.

Chiediamoci però: se abbiamo delle equazioni a tre incognite, quante ne serviranno per non rendere banale (cioè: impossibile o indeterminato) il sistema?
Chiaramente, una è troppo poco (è già troppo poco con due incognite).
Due?

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

e volendo anche quattro, cinque, e così via.

Chiediamoci però: se abbiamo delle equazioni a tre incognite, quante ne serviranno per non rendere banale (cioè: impossibile o indeterminato) il sistema?
Chiaramente, una è troppo poco (è già troppo poco con due incognite).
Due? Vediamo:

Sistemi a più di due incognite

C'è di ben peggio nella Matematica: potremmo pensare di inventare equazioni a *tre* incognite:

$$2x - 3y + 5z = 8, \text{ ecc.}$$

e volendo anche quattro, cinque, e così via.

Chiediamoci però: se abbiamo delle equazioni a tre incognite, quante ne serviranno per non rendere banale (cioè: impossibile o indeterminato) il sistema?
Chiaramente, una è troppo poco (è già troppo poco con due incognite).
Due? Vediamo:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8. \end{cases}$$

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni.

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} =$$

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 12 \neq 0$$

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 12 \neq 0$$

ciò è possibile, e avremo infinite soluzioni.

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 12 \neq 0$$

ciò è possibile, e avremo infinite soluzioni.
Non siamo in grado di dimostrarlo, ma "in generale" servono *tre* equazioni per risolvere in modo unico un sistema di equazioni di primo grado in tre incognite.

Come si può vedere, possiamo prendere un'incognita, per esempio la z, e portarla a secondo membro, così:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 - 5z \\ 4x - 3y = 8 - 2z \end{cases}$$

e cercare di risolvere il sistema nelle incognite x e y.
Se ci si riesce, la soluzione dipenderà da z e, per ogni z scelto avremo una soluzione, dunque infinite soluzioni. Siccome qui

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 12 \neq 0$$

ciò è possibile, e avremo infinite soluzioni.
Non siamo in grado di dimostrarlo, ma "in generale" servono *tre* equazioni per risolvere in modo unico un sistema di equazioni di primo grado in tre incognite.
Un sistema 3×3 è laborioso: il metodo più conveniente è usare la riduzione, come nell'esempio che segue.

Riprendiamo il sistema precedente con un'equazione in più:

Riprendiamo il sistema precedente con un'equazione in più:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Riprendiamo il sistema precedente con un'equazione in più:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Se facciamo la differenza delle prime due equazioni la y si semplifica (anche la differenza membro a membro è ammissibile, si dimostra come la somma):

Riprendiamo il sistema precedente con un'equazione in più:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Se facciamo la differenza delle prime due equazioni la y si semplifica (anche la differenza membro a membro è ammissibile, si dimostra come la somma):

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ \overline{} \\ 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Riprendiamo il sistema precedente con un'equazione in più:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Se facciamo la differenza delle prime due equazioni la y si semplifica (anche la differenza membro a membro è ammissibile, si dimostra come la somma):

$$\begin{cases} \color{red}{-2x + 3z = 0} \\ \overline{} \\ 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

(abbiamo scritto la differenza delle prime due in alto in rosso)

Adesso, siccome abbiamo eliminato la y, ci serve un'altra equazione senza la y.

Adesso, siccome abbiamo eliminato la y, ci serve un'altra equazione senza la y.Allora moltiplichiamo la terza per 3 e sommiamo le ultime due:

Adesso, siccome abbiamo eliminato la y, ci serve un'altra equazione senza la y.Allora moltiplichiamo la terza per 3 e sommiamo le ultime due:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ 3 \\ \\ \end{array} \begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ \hline 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ 3x + 3y - 9z = 36 \\ \hline x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Adesso, siccome abbiamo eliminato la y, ci serve un'altra equazione senza la y.Allora moltiplichiamo la terza per 3 e sommiamo le ultime due:

$$
\begin{array}{r}
\\ \\ \\ \\ 3 \;-
\end{array}
\begin{cases}
-2x + 3z = 0 \\
\overline{} \\
2x - 3y + 5z = 8 \\
4x - 3y + 2z = 8 \\
3x + 3y - 9z = 36 \\
\overline{} \\
x \quad - 7z = 44.
\end{cases}
$$

(abbiamo scritto in rosso in fondo la somma delle ultime due).

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni “rosse”:

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

$$2\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ 2x - 14z = 88 \\ \hline \\ -11z = 88. \end{cases}$$

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

$$2\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ 2x - 14z = 88 \\ \hline \qquad -11z = 88. \end{cases}$$

Dunque $z = -8$, e siccome $-2x + 3z = 0$, troviamo $-2x - 24 = 0$, da cui $x = -12$.

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

$$2\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ 2x - 14z = 88 \\ \hline \qquad -11z = 88. \end{cases}$$

Dunque $z = -8$, e siccome $-2x + 3z = 0$, troviamo $-2x - 24 = 0$, da cui $x = -12$.
Infine sostituiamo nella terza equazione "originale" $-x + y - 3z = 12$ e troviamo

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

$$2\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ 2x - 14z = 88 \\ \hline \quad -11z = 88. \end{cases}$$

Dunque $z = -8$, e siccome $-2x + 3z = 0$, troviamo $-2x - 24 = 0$, da cui $x = -12$.
Infine sostituiamo nella terza equazione "originale" $-x + y - 3z = 12$ e troviamo

$$12 + y + 24 = 12$$

Abbiamo adesso un sistema con le due equazioni "rosse":

$$\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ x \quad - 7z = 44. \end{cases}$$

Moltiplichiamo la seconda per 2 e sommiamo un'ultima volta:

$$2\begin{cases} -2x + 3z = 0 \\ 2x - 14z = 88 \\ \hline \quad -11z = 88. \end{cases}$$

Dunque $z = -8$, e siccome $-2x + 3z = 0$, troviamo $-2x - 24 = 0$, da cui $x = -12$.
Infine sostituiamo nella terza equazione "originale" $-x + y - 3z = 12$ e troviamo

$$12 + y + 24 = 12$$

da cui $y = -24$.

La soluzione è quindi

$$\begin{cases} x = -12 \\ y = -24 \\ z = -8. \end{cases}$$

La soluzione è quindi

$$\begin{cases} x = -12 \\ y = -24 \\ z = -8. \end{cases}$$

Questo metodo si applica, in linea di principio, a sistemi con un numero qualunque di incognite, solo che diventa enormemente complicato al crescere del numero di incognite.

Approfondimento: matrici 3×3

Esiste una generalizzazione bellissima della formula risolutiva per sistemi 3×3, ossia di tre equazioni in tre incognite.

Approfondimento: matrici 3×3

Esiste una generalizzazione bellissima della formula risolutiva per sistemi 3×3, ossia di tre equazioni in tre incognite.
Definiamo prima una matrice 3×3. Questo è facile:

Approfondimento: matrici 3×3

Esiste una generalizzazione bellissima della formula risolutiva per sistemi 3×3, ossia di tre equazioni in tre incognite.
Definiamo prima una matrice 3×3. Questo è facile: è una "tabella" di 9 numeri:

Approfondimento: matrici 3×3

Esiste una generalizzazione bellissima della formula risolutiva per sistemi 3×3, ossia di tre equazioni in tre incognite.
Definiamo prima una matrice 3×3. Questo è facile: è una "tabella" di 9 numeri:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

Approfondimento: matrici 3×3

Esiste una generalizzazione bellissima della formula risolutiva per sistemi 3×3, ossia di tre equazioni in tre incognite.
Definiamo prima una matrice 3×3. Questo è facile: è una "tabella" di 9 numeri:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

Definiamo adesso il determinante.

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

poi tracciamo dei segmenti come in figura:

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

poi tracciamo dei segmenti come in figura:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

poi tracciamo dei segmenti come in figura:

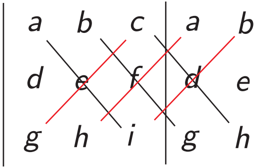
$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

e moltiplichiamo i numeri sui segmenti neri col segno positivo, e quelli sui segmenti rossi col segno negativo:

Definiamo adesso il determinante. Per fare questo ricopiamo le prime due colonne della matrice a destra, così:

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right.$$

poi tracciamo dei segmenti come in figura:



e moltiplichiamo i numeri sui segmenti neri col segno positivo, e quelli sui segmenti rossi col segno negativo:

$$D = aei + bfg + cdh - bdi - afh - ceg.$$

Questo è il determinante di una matrice 3×3.

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Prendiamo un sistema 3×3 generico:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Prendiamo un sistema 3×3 generico:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3. \end{cases}$$

Allora, posto

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Prendiamo un sistema 3×3 generico:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$$

Allora, posto

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Prendiamo un sistema 3×3 generico:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3. \end{cases}$$

Allora, posto

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

si ha che il sistema ammette una sola soluzione se $D \neq 0$ e

Questo è il determinante di una matrice 3×3. La cosa sorprendente è che la formula generale per calcolare la soluzione di un sistema 3×3 è uguale a quella del caso 2×2, avendo così ridefinito il determinante.

Prendiamo un sistema 3×3 generico:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3. \end{cases}$$

Allora, posto

$$D = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

si ha che il sistema ammette una sola soluzione se $D \neq 0$ e

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

dove abbiamo definito

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

dove abbiamo definito

$$D_x = \det \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_z = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

dove abbiamo definito

$$D_x = \det \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_z = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Come vedete, per trovare D_x bisogna sostituire alla colonna delle a (i coefficienti delle x) la colonna dei termini noti e fare il determinante; allo stesso modo si procede per D_y e D_z.

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

dove abbiamo definito

$$D_x = \det \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_y = \det \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_z = \det \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Come vedete, per trovare D_x bisogna sostituire alla colonna delle a (i coefficienti delle x) la colonna dei termini noti e fare il determinante; allo stesso modo si procede per D_y e D_z.
La dimostrazione di questo fatto è molto lunga, ma non difficile: si tratta di eliminare via via le incognite "indesiderate" moltiplicando per gli opportuni coefficienti, un po' come abbiamo fatto per il caso 2×2.

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

e quindi

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 2 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & -3 & -1 & 1 \end{array}\right.$$

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 2 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & -3 & -1 & 1 \end{array} \right.$$

e risulta

Verifichiamo la soluzione del sistema dato sopra, che riportiamo qui:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 8 \\ 4x - 3y + 2z = 8 \\ -x + y - 3z = 12. \end{cases}$$

Abbiamo

$$D = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 5 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 2 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & -3 & -1 & 1 \end{array}\right.$$

e risulta

$$D = 18 + 6 + 20 - 36 - 4 - 15 = -11.$$

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio).

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio). Abbiamo

$$D_z = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & 12 \end{vmatrix}$$

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio). Abbiamo

$$D_z = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & 12 \end{vmatrix}$$

e quindi

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio). Abbiamo

$$D_z = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & 12 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 8 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 8 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 12 & -1 & 1 \end{array} \right.$$

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio). Abbiamo

$$D_z = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & 12 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 8 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 8 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 12 & -1 & 1 \end{array} \right.$$

$$D_z = -72 + 24 + 32 + 144 - 16 - 24 = 88$$

Calcoliamo giusto un'incognita (le altre potete farle per esercizio). Abbiamo

$$D_z = \det \begin{vmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 4 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & 12 \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 2 & -3 & 8 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 8 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 12 & -1 & 1 \end{array} \right.$$

$$D_z = -72 + 24 + 32 + 144 - 16 - 24 = 88$$

per cui

$$z = \frac{88}{-11} = -8$$

che è proprio la soluzione trovata prima.