

# Problemi di primo grado a una incognita

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore  
Dipartimento di Matematica e Fisica "Niccolò Tartaglia"  
Via dei Musei, 41 – 25121 Brescia (Italy)

# Parte I

## percorso semplificato

- 1 Generalità
- 2 Incognite
- 3 Classi di problemi
- 4 Problemi numerici
- 5 Problemi geometrici

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Vediamo subito un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- 2 I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ❶ La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ❷ I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ❸ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ❶ La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ❷ I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ❸ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ❶ La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ❷ I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ❸ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

Un problema può essere

Un problema può essere

1 *sotto*determinato;

Un problema può essere

- 1 *sotto*determinato;
- 2 determinato;

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo.

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo. Vediamo un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

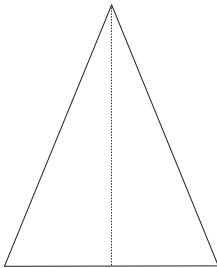
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm).

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:

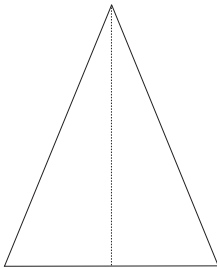
**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

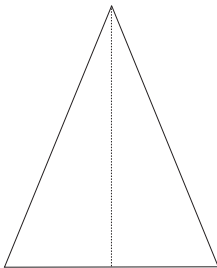
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Se aggiungiamo ora alla base e all'altezza lo stesso segmento, la loro differenza non cambierà.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

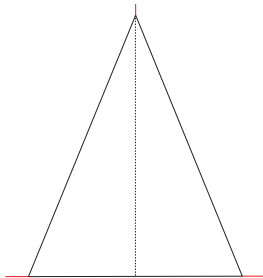
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

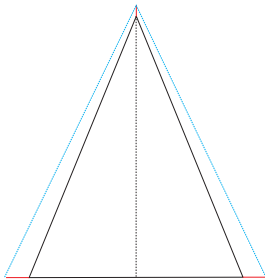
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

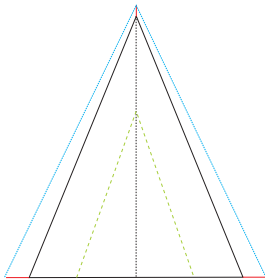
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



e troviamo un altro triangolo isoscele con differenza fra altezza e base pari a 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



E ci rendiamo ora conto che di questi triangoli ne esistono infiniti: si può anche togliere uno stesso segmento alla base e all'altezza.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

E vediamo ora un esempio di problema sovradeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

Talvolta, la specificazione di un ulteriore dato può ridurre le soluzioni di un problema (per esempio, se le soluzioni fossero state *due*, una con area 240 e l'altra con area 360), avremmo scelto la seconda a favore della prima. In questo caso il problema non sarebbe più stato sovradeterminato.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni (ad es. soluzioni positive, o intere positive, ecc.).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata:

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

è meglio scegliere  $DC$  come incognita (ad es.  $x$ ), cosicché  $AB = \frac{7}{4}x$ .

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Nel seguito vediamo alcuni esempi di problemi e loro soluzione.

# Problemi numerici

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato.

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ .

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ . Il numero cercato è quindi 108.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .  
Il dato del problema è che

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ . Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ . Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

$$x + 10 = \frac{1}{2}(x + 25).$$

Questa equazione equivale a

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ .

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ . Alice ha dunque oggi 5 anni, e Giovanni 20.

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

# Problemi geometrici

Risolvi il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza,

# Problemi geometrici

Risolvi il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

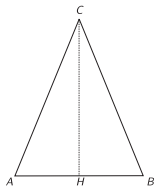
*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

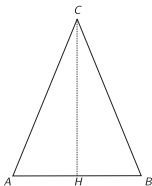


# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



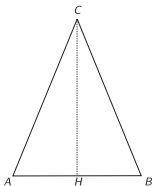
Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

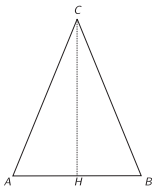
$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

che equivale a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

Osserviamo infine che tutti i passaggi sono necessari, per cui la soluzione trovata è di fatto l'unica.

## Parte II

### percorso normale

- 6 Generalità
- 7 Problemi espliciti e impliciti
- 8 Incognite
- 9 Classi di problemi
- 10 Problemi numerici
- 11 Problemi geometrici

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Vediamo subito un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ① La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ② I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ① La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ② I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ③ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ❶ La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ❷ I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ❸ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ❶ La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ❷ I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ❸ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

Un problema può essere

Un problema può essere

❶ *sotto*determinato;

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema può essere

- 1 *sotto*determinato;
- 2 determinato;
- 3 *sovra*determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo.

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo. Vediamo un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

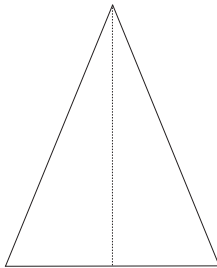
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm).

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:

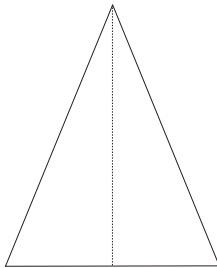
**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

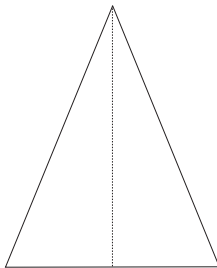
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Se aggiungiamo ora alla base e all'altezza lo stesso segmento, la loro differenza non cambierà.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

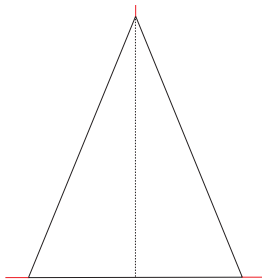
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

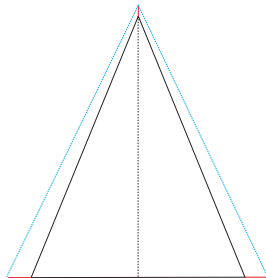
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

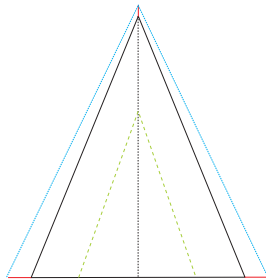
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



e troviamo un altro triangolo isoscele con differenza fra altezza e base pari a 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



E ci rendiamo ora conto che di questi triangoli ne esistono infiniti: si può anche togliere uno stesso segmento alla base e all'altezza.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

E vediamo ora un esempio di problema sovradeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

Talvolta, la specificazione di un ulteriore dato può ridurre le soluzioni di un problema (per esempio, se le soluzioni fossero state *due*, una con area 240 e l'altra con area 360), avremmo scelto la seconda a favore della prima. In questo caso il problema non sarebbe più stato sovradeterminato.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Va detto che questa distinzione è artificiosa: infatti, anche una volta risolta l'equazione, il procedimento risolutivo prende i dati e li converte nelle soluzioni mediante manipolazioni aritmetiche.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

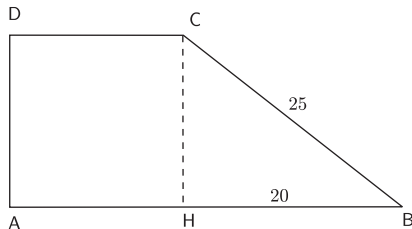
- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Va detto che questa distinzione è artificiosa: infatti, anche una volta risolta l'equazione, il procedimento risolutivo prende i dati e li converte nelle soluzioni mediante manipolazioni aritmetiche. Solo, è meno “evidente” come ciò avvenga.

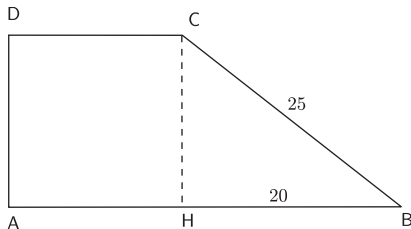
Vediamo un paio di esempi per chiarire.

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

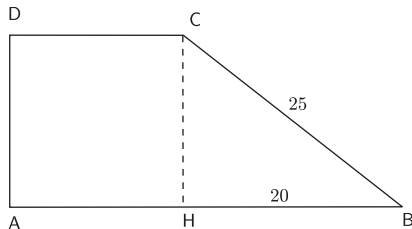


**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

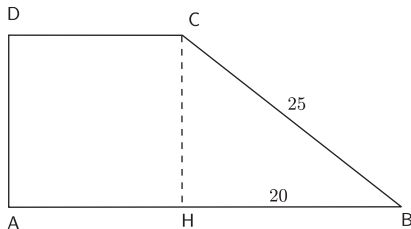
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} =$$

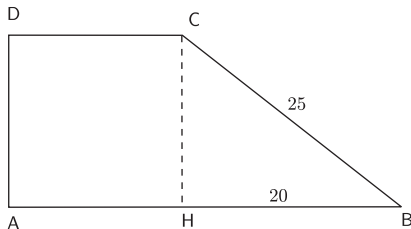
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} =$$

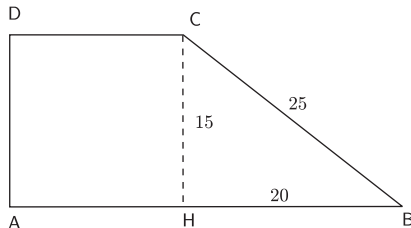
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

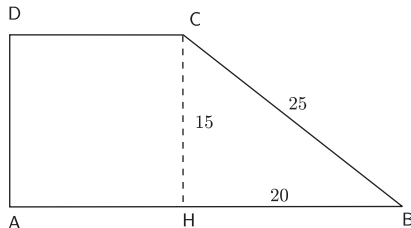
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

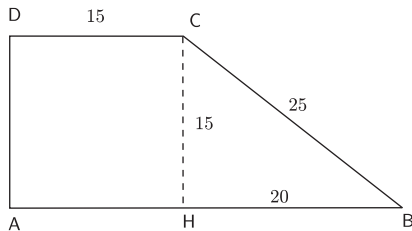


Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

Siccome ora  $DC = CH$ , avremo  $DC = 15\text{ cm}$ ,

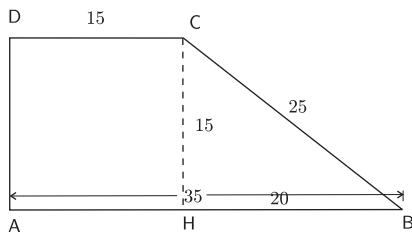
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

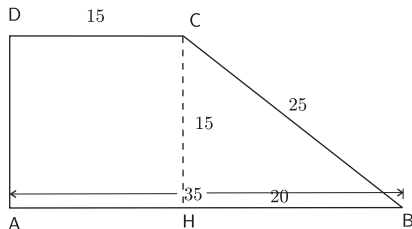


Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

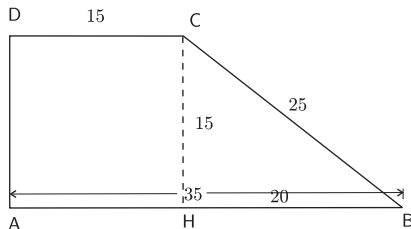
$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{ cm.}$$

Siccome ora  $DC = CH$ , avremo  $DC = 15$  cm, e poi, dato che  $HB = 20$  cm, troviamo  $AB = 35$  cm.



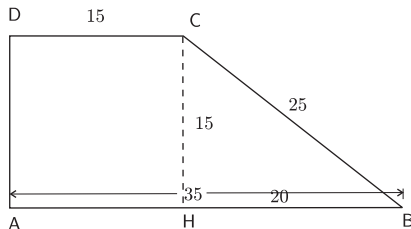


A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a



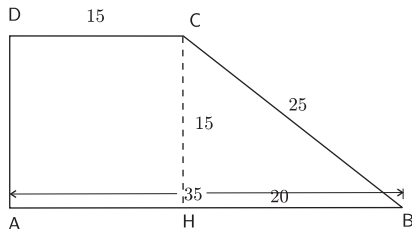
A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} =$$



A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} = 25 \cdot 15 =$$

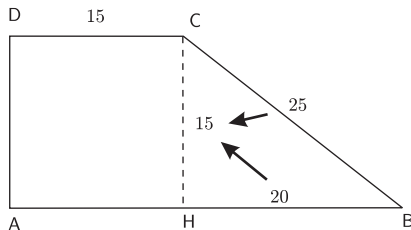


A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

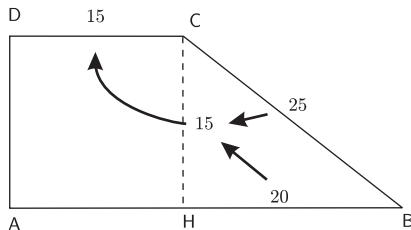
$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} = 25 \cdot 15 = 375 \text{ cm}^2.$$

Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.

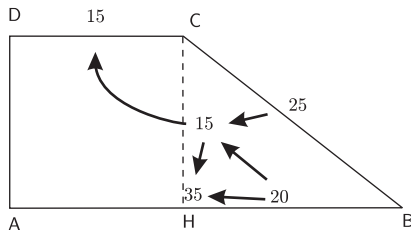
Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



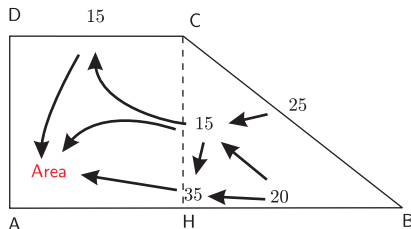
Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



In un problema implicito, è molto meno evidente come si debba procedere, anche se alla fine, se il problema è risolubile, una procedura si trova.

Vedremo a questo proposito come risolvere il problema dato prima sul triangolo isoscele, che non è esplicito.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni (ad es. soluzioni positive, o intere positive, ecc.).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata:

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

è meglio scegliere  $DC$  come incognita (ad es.  $x$ ), cosicché  $AB = \frac{7}{4}x$ .

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Nel seguito vediamo alcuni esempi di problemi e loro soluzione.

# Problemi numerici

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato.

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ .

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ . Il numero cercato è quindi 108.

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ .

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il valore di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ .

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ .  
Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ .  
Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} =$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} = 2 \left( \underbrace{10x + (10 - x)}_{\text{il numero di partenza}} \right)$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} = 2 \left( \underbrace{10x + (10 - x)}_{\text{il numero di partenza}} \right) - 1.$$

L'equazione è quindi

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

e dunque  $x = 3$ , che è accettabile.

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

e dunque  $x = 3$ , che è accettabile. L'altra cifra è quindi 7, e il numero cercato 37.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .  
Il dato del problema è che

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ . Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ . Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

$$x + 10 = \frac{1}{2}(x + 25).$$

Questa equazione equivale a

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ .

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ . Alice ha dunque oggi 5 anni, e Giovanni 20.

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza,

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

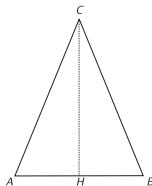
*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

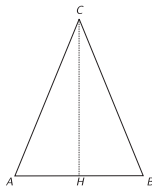


# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



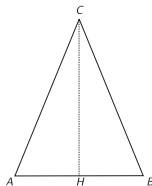
Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

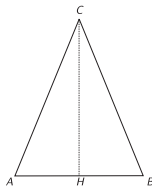
$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

che equivale a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

Osserviamo infine che tutti i passaggi sono necessari, per cui la soluzione trovata è di fatto l'unica.

## Parte III

### percorso approfondito

- 12 Generalità
- 13 Problemi espliciti e impliciti
- 14 Incognite
- 15 Classi di problemi
- 16 Problemi numerici
- 17 Problemi geometrici
- 18 Costruzione della soluzione

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Cosa sia un *problema* lo conosciamo da vari anni.  
Possiamo distinguere in esso almeno tre elementi:

- 1 Una *descrizione* di una situazione (numerica, geometrica o anche applicata);
- 2 Una serie di *dati* annessi alla descrizione;
- 3 Una serie di *richieste* relative alla situazione descritta.

Vediamo subito un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- 2 I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- 1 La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- 2 I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- 3 La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ① La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ② I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ③ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

- ① La “situazione” è qui l'avere un triangolo isoscele;
- ② I “dati” consistono nel sapere che la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e che la differenza fra altezza e base è di 4 cm.
- ③ La “richiesta” è calcolare la misura del perimetro.

Vedremo più tardi come procedere per risolvere il problema. Per ora vediamo alcune altre considerazioni.

Un problema può essere

Un problema può essere

1 *sotto*determinato;

Un problema può essere

- 1 *sotto*determinato;
- 2 determinato;

Un problema può essere

- 1 *sotto*determinato;
- 2 determinato;
- 3 *sovra*determinato.

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovr*a determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo.

Un problema può essere

- ① *sotto*determinato;
- ② determinato;
- ③ *sovra*determinato.

Un problema si dice sottodeterminato se i dati *non sono* sufficienti per risolverlo. Vediamo un esempio.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

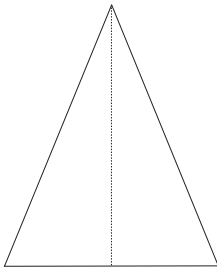
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm).

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:

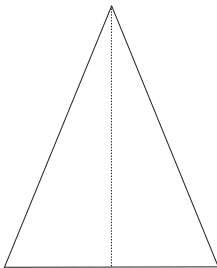
**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

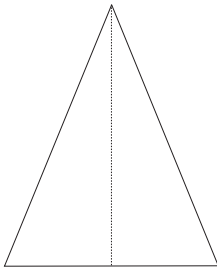
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Se aggiungiamo ora alla base e all'altezza lo stesso segmento, la loro differenza non cambierà.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

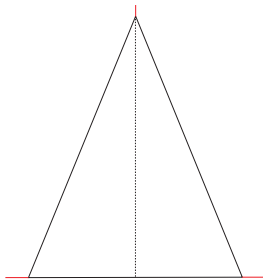
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

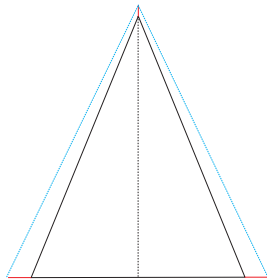
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



Però, per mantenere il triangolo isoscele, dobbiamo aggiungere metà del segmento a sinistra e metà a destra della base...

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

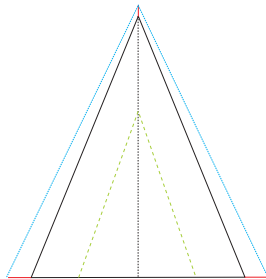
Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



e troviamo un altro triangolo isoscele con differenza fra altezza e base pari a 4 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la differenza fra l'altezza e la base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è sottodeterminato. Infatti, supponiamo di avere trovato una soluzione (una di queste ha, per esempio, altezza 10 e base 6 cm). Immaginiamo di disegnare la figura corrispondente:



E ci rendiamo ora conto che di questi triangoli ne esistono infiniti: si può anche togliere uno stesso segmento alla base e all'altezza.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

Questo problema è determinato. Infatti, esso ammette per soluzione un triangolo avente altezza 24, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72 cm. Vedremo più avanti come mostrare che questa soluzione è di fatto unica.

*Osservazione.* Certi problemi hanno, talvolta, *due* soluzioni, magari “simmetriche” in qualche senso. Spesso, allora, si dice lo stesso che sono determinati. Potremmo anche ammettere che un problema determinato è quello che ha un numero *finito* di soluzioni, ma nel corso di questa lezione i problemi determinati avranno tutti soluzione unica.

E vediamo ora un esempio di problema sovradeterminato.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza, la differenza fra base e altezza è di 4 cm e l'area è  $360 \text{ cm}^2$ . Trova la misura del perimetro.*

Siccome sappiamo già che il problema *senza* avere il dato sull'area ammette una soluzione unica, il dato sull'area risulta sovrabbondante. Quindi, abbiamo due casi: o è inutile, perché l'area è *già*  $360 \text{ cm}^2$ , oppure è in contraddizione con quanto trovato, per cui il problema non ha soluzione.

Nel nostro caso, con i valori del precedente problema (altezza 24 cm, base 20, lato obliquo 26 e perimetro 72), abbiamo che l'area deve essere  $240 \text{ cm}^2$ , per cui il problema non ha soluzione.

Talvolta, la specificazione di un ulteriore dato può ridurre le soluzioni di un problema (per esempio, se le soluzioni fossero state *due*, una con area 240 e l'altra con area 360), avremmo scelto la seconda a favore della prima. In questo caso il problema non sarebbe più stato sovradeterminato.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”:

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Va detto che questa distinzione è artificiosa: infatti, anche una volta risolta l'equazione, il procedimento risolutivo prende i dati e li converte nelle soluzioni mediante manipolazioni aritmetiche.

Fra i problemi, possiamo anche distinguere due differenti categorie:

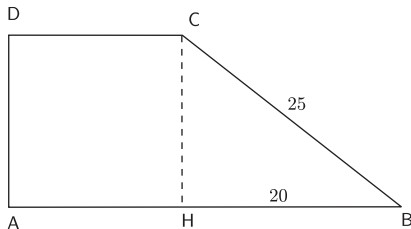
- Problemi “espliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende direttamente dai dati per pure manipolazioni aritmetiche;
- Problemi “impliciti”: sono quelli nei quali la soluzione discende dalla soluzione di una o più equazioni.

Va detto che questa distinzione è artificiosa: infatti, anche una volta risolta l'equazione, il procedimento risolutivo prende i dati e li converte nelle soluzioni mediante manipolazioni aritmetiche. Solo, è meno “evidente” come ciò avvenga.

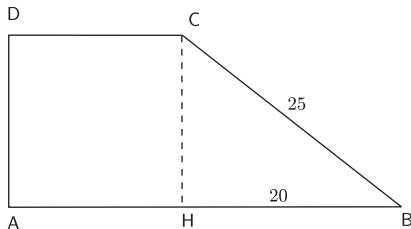
Vediamo un paio di esempi per chiarire.

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

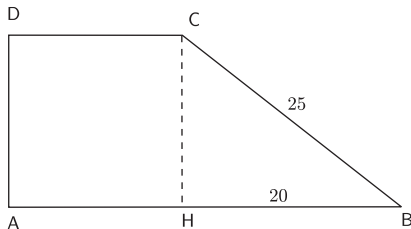


**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

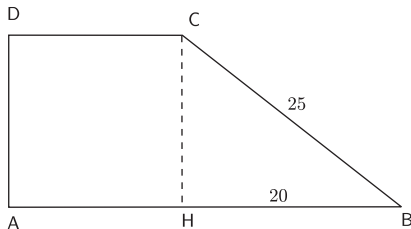
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} =$$

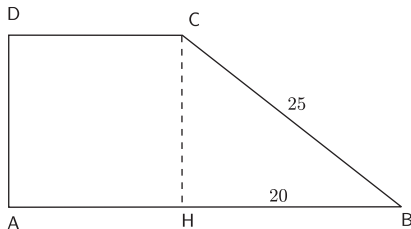
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} =$$

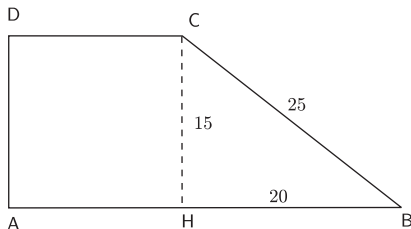
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

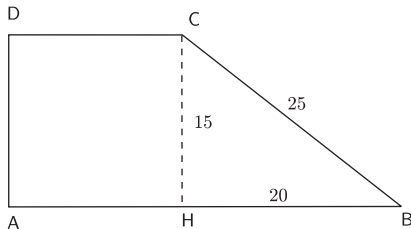
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*



Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

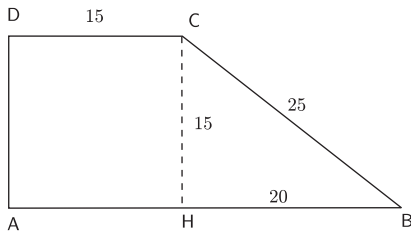


Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm.}$$

Siccome ora  $DC = CH$ , avremo  $DC = 15\text{ cm}$ ,

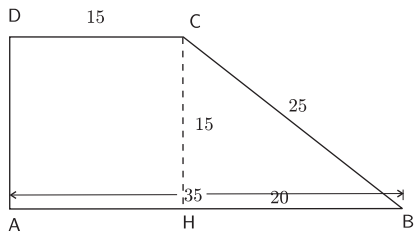
**Problema.** *Un trapezio rettangolo ha differenza delle basi pari a 20 cm, altezza uguale alla base minore e lato obliquo lungo 25 cm. Trova l'area.*

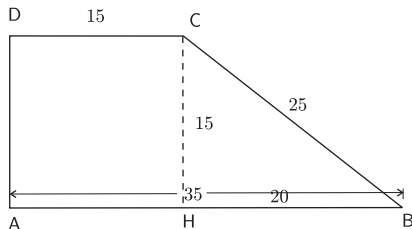


Dalla figura vediamo subito che con il teorema di Pitagora possiamo calcolare l'altezza, che risulta pari a

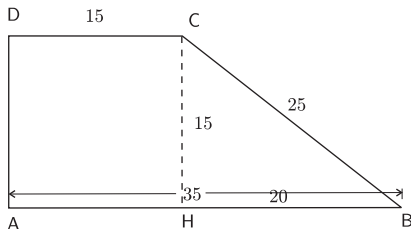
$$CH = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15\text{ cm.}$$

Siccome ora  $DC = CH$ , avremo  $DC = 15$  cm, e poi, dato che  $HB = 20$  cm, troviamo  $AB = 35$  cm.



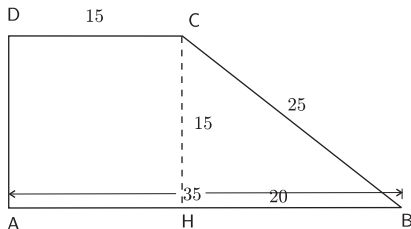


A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a



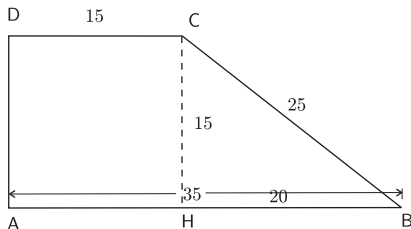
A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} =$$



A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} = 25 \cdot 15 =$$

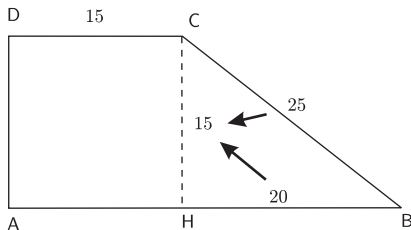


A questo punto abbiamo tutti gli elementi per calcolare l'area, che risulta essere pari a

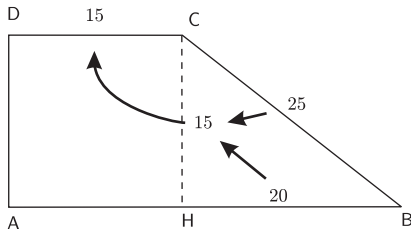
$$A = \frac{(35 + 15) \cdot 15}{2} = 25 \cdot 15 = 375\text{cm}^2.$$

Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.

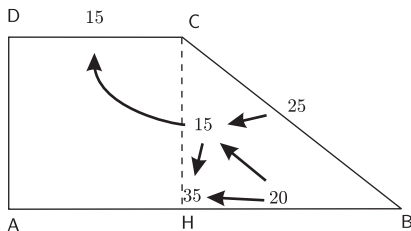
Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



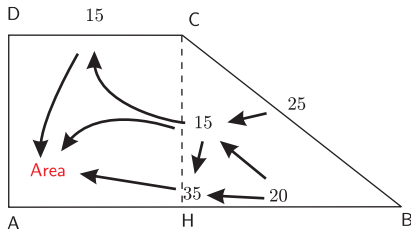
Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



Nel seguente diagramma vediamo come, partendo dai dati, si possono calcolare le quantità richieste.



In un problema implicito, è molto meno evidente come si debba procedere, anche se alla fine, se il problema è risolubile, una procedura si trova.

Vedremo a questo proposito come risolvere il problema dato prima sul triangolo isoscele, che non è esplicito.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni

Per risolvere molti problemi è utile servirsi di *incognite*.

Ciò equivale a supporre di conoscere una soluzione del problema, e di dimostrarne delle proprietà, fino a giungere ad una di esse che implichi in modo evidente

- che la soluzione sia indeterminata, o plurima; oppure
- quale sia l'unica soluzione; oppure ancora
- che la soluzione non può esistere.

Nel terzo caso, si tratta di fatto di una dimostrazione per assurdo: supponendo di conoscere una soluzione, si giunge ad un assurdo, come ad esempio un'identità falsa.

Nella grandissima parte dei casi si usano incognite *numeriche*, (misure di segmenti o angoli), e quindi si impostano *equazioni algebriche*, con delle opportune *restrizioni* sull'insieme delle soluzioni (ad es. soluzioni positive, o intere positive, ecc.).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata:

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

Il problema permette, in genere, di tradurre i dati o dei fatti noti (es. teorema di Pitagora) in *relazioni algebriche*, le quali, se scritte in modo corretto, permettono di giungere alla soluzione (o a stabilire che esse sono infinite o non esistono).

La *scelta* delle incognite è importante, anche se non obbligata: da una buona scelta dell'incognita deriva in generale un'equazione facile da risolvere.

Un consiglio utile in questo senso è scegliere come incognita una quantità *rispetto alla quale* è nota una relazione.

Per esempio, se in un problema

$$AB = \frac{7}{4}DC$$

è meglio scegliere  $DC$  come incognita (ad es.  $x$ ), cosicché  $AB = \frac{7}{4}x$ .

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Possiamo distinguere due grandi classi di problemi:

- Problemi numerici;
- Problemi geometrici.

Nel seguito vediamo alcuni esempi di problemi e loro soluzione.

# Problemi numerici

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato.

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ .

# Problemi numerici

Un problema numerico tratta di quantità numeriche, non in rapporto a misure di segmenti, angoli ecc..

**Problema.** *Un numero è pari al suo triplo diminuito di 216. Trovare il numero.*

*Soluzione.* Sia  $x$  il numero cercato. Allora il testo del problema, che è l'unico dato disponibile, dice che  $3x - 216$  è pari a  $x$ , cioè

$$x = 3x - 216.$$

Risolvendo questa equazione si trova

$$-2x = -216$$

e quindi  $x = 108$ . Il numero cercato è quindi 108.

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ .

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ .

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} =$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “rigirato” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero rigirato è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} = 2 \left( \underbrace{10x + (10 - x)}_{\text{il numero di partenza}} \right)$$

**Problema.** *Un numero di due cifre ha somma delle cifre pari a 10 ed è tale che, scritto al contrario, risulta pari al suo doppio diminuito di 1. Trovare il numero.*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  la prima cifra, per cui la seconda sarà  $10 - x$ . Ora, il *valore* di un numero di due cifre “ $AB$ ” è  $10A + B$ , per cui quello del numero “*rigirato*” sarà  $10B + A$ . Il valore del primo numero è dunque

$$10x + (10 - x)$$

mentre il valore del numero *rigirato* è allora

$$10(10 - x) + x.$$

Il dato del problema è che

$$\underbrace{10(10 - x) + x}_{\text{il numero girato}} = 2 \left( \underbrace{10x + (10 - x)}_{\text{il numero di partenza}} \right) - 1.$$

L'equazione è quindi

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

e dunque  $x = 3$ , che è accettabile.

L'equazione è quindi

$$10(10 - x) + x = 2[10x + (10 - x)] - 1$$

alla quale va aggiunta la restrizione  $x \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

Questa equazione equivale a

$$100 - 10x + x = 18x + 19$$

che a sua volta equivale a

$$-27x = -81$$

e dunque  $x = 3$ , che è accettabile. L'altra cifra è quindi 7, e il numero cercato 37.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .  
Il dato del problema è che

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .

Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

**Soluzione.** Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ .  
Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

Rientrano nella categoria dei problemi numerici anche quelli le cui incognite sono delle età, come questo.

**Problema.** *Giovanni ha 15 anni più di Alice. Fra 10 anni l'età di Alice sarà la metà di quella di Giovanni. Quanti anni hanno oggi Giovanni e Alice?*

*Soluzione.* Chiamiamo  $x$  l'età *attuale* di Alice, col che  $x + 15$  sarà l'età *attuale* di Giovanni.

Fra 10 anni l'età di Alice sarà  $x + 10$ , e quindi quella di Giovanni  $x + 25$ . Il dato del problema è che

$$\underbrace{x + 10}_{\text{età di Alice}} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{x + 25}_{\text{età di Giovanni}} \right)$$

e quindi otteniamo l'equazione

$$x + 10 = \frac{1}{2}(x + 25).$$

Questa equazione equivale a

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ .

Questa equazione equivale a

$$2x + 20 = x + 25$$

e quindi  $x = 5$ . Alice ha dunque oggi 5 anni, e Giovanni 20.

Vediamo un problema sulle età non proprio banale.

Vediamo un problema sulle età non proprio banale.

**Problema.** *Si narra che sulla tomba di Diofanto, famoso matematico greco, fosse scolpita la seguente iscrizione:*

Vediamo un problema sulle età non proprio banale.

**Problema.** *Si narra che sulla tomba di Diofanto, famoso matematico greco, fosse scolpita la seguente iscrizione:*

“Qui Diofanto ha la sua tomba che a te rivela con l’Aritmetica quanti anni egli visse.

Vediamo un problema sulle età non proprio banale.

**Problema.** *Si narra che sulla tomba di Diofanto, famoso matematico greco, fosse scolpita la seguente iscrizione:*

“Qui Diofanto ha la sua tomba che a te rivela con l’Aritmetica quanti anni egli visse. Egli passò  $\frac{1}{6}$  della vita nell’infanzia,  $\frac{1}{12}$  nell’adolescenza,  $\frac{1}{7}$  nella giovinezza. Poi si sposò e dopo 5 anni ebbe un figlio che visse la metà della vita del padre; il padre gli sopravvisse ancora 4 anni mitigando il suo dolore con lo studio dell’Aritmetica”.

Vediamo un problema sulle età non proprio banale.

**Problema.** *Si narra che sulla tomba di Diofanto, famoso matematico greco, fosse scolpita la seguente iscrizione:*

“Qui Diofanto ha la sua tomba che a te rivela con l’Aritmetica quanti anni egli visse. Egli passò  $\frac{1}{6}$  della vita nell’infanzia,  $\frac{1}{12}$  nell’adolescenza,  $\frac{1}{7}$  nella giovinezza. Poi si sposò e dopo 5 anni ebbe un figlio che visse la metà della vita del padre; il padre gli sopravvisse ancora 4 anni mitigando il suo dolore con lo studio dell’Aritmetica”.

*A che età morì Diofanto?*

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x =$$

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

anni nacque il figlio.

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

anni nacque il figlio.

Dopo  $x/2$  anni, quando Diofanto aveva

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

anni nacque il figlio.

Dopo  $x/2$  anni, quando Diofanto aveva

$$\frac{11}{28}x + 5 + \frac{x}{2} =$$

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

anni nacque il figlio.

Dopo  $x/2$  anni, quando Diofanto aveva

$$\frac{11}{28}x + 5 + \frac{x}{2} = \frac{25}{28}x + 5$$

Per risolverlo, conviene indicare con  $x$  l'età cercata (la durata della vita di Diofanto) e ragionare così. Egli aveva

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x = \frac{11}{28}x$$

anni quando si sposò.

Quindi, quando aveva

$$\frac{11}{28}x + 5$$

anni nacque il figlio.

Dopo  $x/2$  anni, quando Diofanto aveva

$$\frac{11}{28}x + 5 + \frac{x}{2} = \frac{25}{28}x + 5$$

anni, muore il figlio,

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 =$$

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni,

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

Però in quel momento *egli doveva anche avere  $x$  anni*, per cui

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

Però in quel momento *egli doveva anche avere  $x$  anni*, per cui

$$\frac{25}{28}x + 9 = x.$$

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

Però in quel momento *egli doveva anche avere  $x$  anni*, per cui

$$\frac{25}{28}x + 9 = x.$$

Questa equazione è equivalente a

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

Però in quel momento *egli doveva anche avere  $x$  anni*, per cui

$$\frac{25}{28}x + 9 = x.$$

Questa equazione è equivalente a

$$\frac{3}{28}x = 9$$

e dopo altri 4 anni, quando Diofanto aveva quindi

$$\frac{25}{28}x + 5 + 4 = \frac{25}{28}x + 9$$

anni, Diofanto muore.

Però in quel momento *egli doveva anche avere  $x$  anni*, per cui

$$\frac{25}{28}x + 9 = x.$$

Questa equazione è equivalente a

$$\frac{3}{28}x = 9$$

e fornisce  $x = 28 \cdot 3 = 84$  anni.

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

# Problemi geometrici

Risolvi il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza,

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

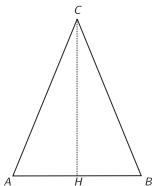
*Soluzione.* Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

# Problemi geometrici

Risolvi il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .

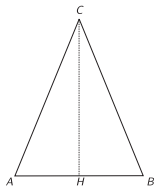


# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



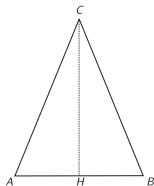
Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

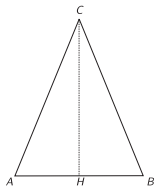
$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

# Problemi geometrici

Risolviamo il problema proposto all'inizio:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza fra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Soluzione.** Indichiamo con  $x$  la misura dell'altezza, e quindi la base è  $\frac{5}{6}x$ .



Siccome la differenza fra altezza e base misura 4 cm, avremo

$$x - \frac{5}{6}x = 4$$

che equivale a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} =$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

$$\frac{1}{6}x = 4.$$

Pertanto  $x = 24$  è la misura dell'altezza, mentre la base è pari a

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20.$$

Il resto del problema si comporta come un problema esplicito.  
Dal teorema di Pitagora, il lato obliquo vale

$$CB = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{676} = 26.$$

Pertanto il perimetro vale

$$2p = 20 + 26 + 26 = 72.$$

(L'area, come si calcola subito, è pari a  $240 \text{ cm}^2$ .)

Osserviamo infine che tutti i passaggi sono necessari, per cui la soluzione trovata è di fatto l'unica.

Alcuni problemi geometrici si possono risolvere anche senza l'uso delle incognite ma con delle costruzioni geometriche. Esse però, in generale non sono facili da trovare.

Alcuni problemi geometrici si possono risolvere anche senza l'uso delle incognite ma con delle costruzioni geometriche. Esse però, in generale non sono facili da trovare.

Vediamo la soluzione “geometrica” del problema posto all'inizio.

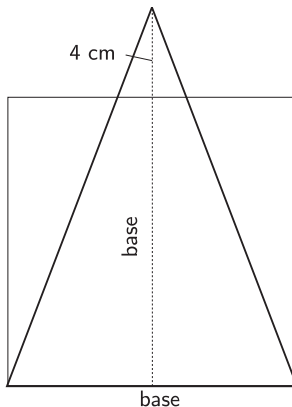
**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

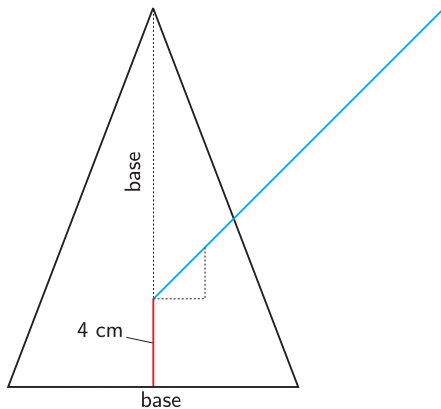
Intanto, il fatto che la differenza fra l'altezza e la base sia di 4 cm si può esprimere in figura così:

**Problema.** *In un triangolo isoscele la base è  $\frac{5}{6}$  dell'altezza e la differenza tra altezza e base è di 4 cm. Trova la misura del perimetro.*

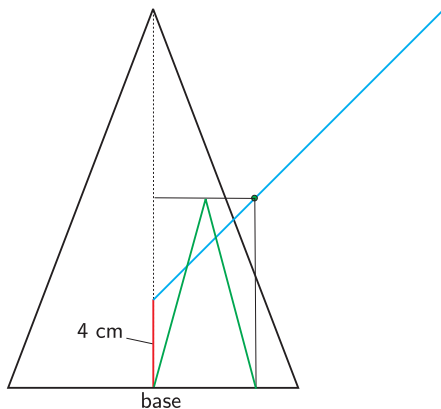
Intanto, il fatto che la differenza fra l'altezza e la base sia di 4 cm si può esprimere in figura così:



Riportiamo poi la differenza fra altezza e base in basso, come mostrato in figura, e ricordiamo che tutti i triangoli che cerchiamo sono ottenibili aggiungendo una stessa quantità alla base e all'altezza.

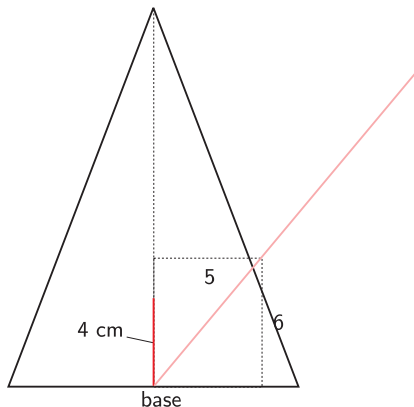


Pertanto, ad ogni punto, come ad esempio quello verde, sulla retta azzurra corrisponderà un triangolo con differenza 4 cm fra altezza e base.



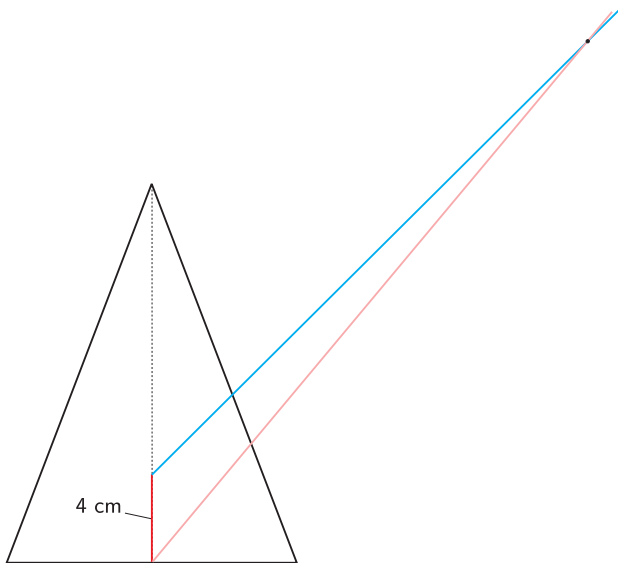
Dobbiamo ora esprimere il fatto che l'altezza è  $\frac{6}{5}$  della base. Per questo basta tracciare un rettangolo di dimensioni 5 e 6, dopodiché tutte le basi e le altezze staranno sul prolungamento della diagonale del rettangolo (retta rosa).

Dobbiamo ora esprimere il fatto che l'altezza è  $\frac{6}{5}$  della base. Per questo basta tracciare un rettangolo di dimensioni 5 e 6, dopodiché tutte le basi e le altezze staranno sul prolungamento della diagonale del rettangolo (retta rosa).



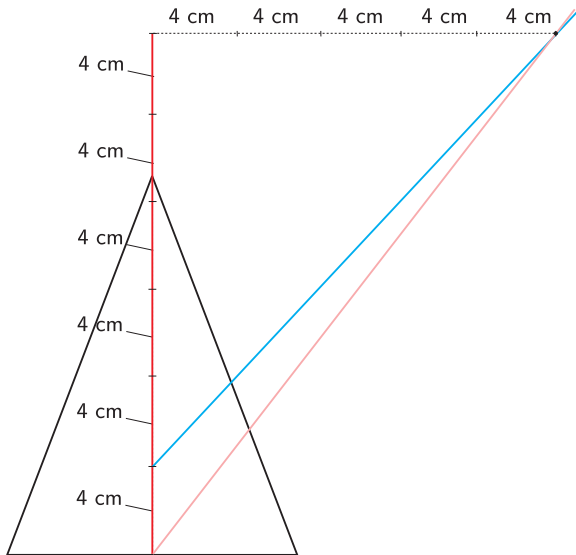
Quindi la combinazione cercata altezza-base si troverà all'intersezione fra la retta azzurra e quella rosa:

Quindi la combinazione cercata altezza-base si troverà all'intersezione fra la retta azzurra e quella rosa:



Per sapere quanto vale l'altezza, osserviamo che se ripetiamo 6 volte i 4 cm di differenza otteniamo un rettangolo con rapporto dei lati  $6/5$ .  
Dunque l'altezza misurerà 24 e la base 20.

Per sapere quanto vale l'altezza, osserviamo che se ripetiamo 6 volte i 4 cm di differenza otteniamo un rettangolo con rapporto dei lati  $6/5$ .  
Dunque l'altezza misurerà 24 e la base 20.



Per sapere quanto vale l'altezza, osserviamo che se ripetiamo 6 volte i 4 cm di differenza otteniamo un rettangolo con rapporto dei lati  $6/5$ .  
Dunque l'altezza misurerà 24 e la base 20.

