

Polinomi e operazioni con i polinomi

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore
Dipartimento di Matematica e Fisica "Niccolò Tartaglia"
Via dei Musei, 41 – 25121 Brescia (Italy)

Parte I

percorso semplificato

- 1 Richiami
- 2 Prime proprietà
- 3 Somma di polinomi
- 4 Opposto di un polinomio e differenza
- 5 Prodotto di polinomi

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$)

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Spieghiamo meglio questo concetto.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc..

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri. Le regole fondamentali sono dunque le proprietà di base delle operazioni con i numeri razionali, che riassumiamo in una tabella.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

$$1) \quad a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{per ogni } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;

2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*,

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

È invece una *convenzione* il fatto che certe espressioni richiedano le parentesi ed altre no. Per esempio, siccome si è deciso di dare precedenza alla moltiplicazione rispetto all'addizione, l'ultima proprietà, la distributiva, si può scrivere come l'abbiamo scritta, anziché

$$(a) \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c).$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:
espressioni come

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:
espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione. Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

e quindi abbiamo sostituito i “ $\cdot$ ” con i “ $+$ ”.

Prime proprietà

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)a = \frac{5}{12}a.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b*.

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2,$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2, \quad \text{che è falsa.}$$

Teorema fondamentale

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

non potrà *mai* essere uguale a un *unico* monomio.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- 2 $a + b$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

① $\sqrt{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}}$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

(Ricordiamo che i *numeri* hanno grado zero. Quindi i polinomi di grado zero sono le *costanti*, polinomi senza variabili.)

Somma di polinomi

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b =$$

commutativa

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) = 4a + (-2b).$$

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa),

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Da ciò deduciamo la regola per effettuare la somma di polinomi:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio*

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva: infatti, per esempio,

$$3x + (-3x) = (3 - 3)x = 0x.$$

Siccome x è *un numero*, $0x$ fa zero *per ogni* x , e quindi $3x + (-3x) = 0$.

Grado della somma di polinomi

Per esempio

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) +$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) =$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 =$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*:

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*: per esempio,

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} +$$

$$\underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} =$$

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} =$$
$$= x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab =$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \underbrace{7a}_{\text{grado 1}} \end{aligned}$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili)

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con $-P[a, b, x, \dots]$, o $-P(x)$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

$$\text{L'opposto di } x^2 + x + 1 \text{ è } -x^2 - x - 1$$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

$-(x^2 + x + 1) = -x^2 - x - 1$ e analogamente per altri polinomi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso!

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

che ha più coefficienti positivi che negativi.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) = (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx)$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx =\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\&= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\&= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Anche con la differenza, si ha che il grado del risultato non può superare i gradi dei due operandi.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 +$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 =$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così:

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio),

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b).

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b). Quindi **m** sarà a e **n** sarà $2b$.

Allora abbiamo

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione.

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) +$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} +\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}}\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 =\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili*

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse. Per esempio, se il primo polinomio ha 9 termini e il secondo 7, il polinomio prodotto risulta di 63 termini ($9 \cdot 7$), che eventualmente si possono elidere.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse. Per esempio, se il primo polinomio ha 9 termini e il secondo 7, il polinomio prodotto risulta di 63 termini ($9 \cdot 7$), che eventualmente si possono elidere.

In ogni caso il grado del prodotto di polinomi è pari alla somma dei gradi dei polinomi fattori, come si dimostra nel percorso approfondito.

Parte II

percorso normale

- 6 Richiami
- 7 Prime proprietà
- 8 Somma di polinomi
- 9 Opposto di un polinomio e differenza
- 10 Prodotto di polinomi

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$)

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Spieghiamo meglio questo concetto.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc..

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri. Le regole fondamentali sono dunque le proprietà di base delle operazioni con i numeri razionali, che riassumiamo in una tabella.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

$$1) \quad a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{per ogni } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;

2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano
sempre vere,

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

È invece una *convenzione* il fatto che certe espressioni richiedano le parentesi ed altre no. Per esempio, siccome si è deciso di dare precedenza alla moltiplicazione rispetto all'addizione, l'ultima proprietà, la distributiva, si può scrivere come l'abbiamo scritta, anziché

$$(a) \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c).$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:
espressioni come

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione. Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione. Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*. Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

e quindi abbiamo sostituito i “ $\cdot$ ” con i “ $+$ ”.

Prime proprietà

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)a = \frac{5}{12}a.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b.*

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2,$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2, \quad \text{che è falsa.}$$

Teorema fondamentale

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

non potrà *mai* essere uguale a un *unico* monomio.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- 2 $a + b$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

① $\sqrt{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}}$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

(Ricordiamo che i *numeri* hanno grado zero. Quindi i polinomi di grado zero sono le *costanti*, polinomi senza variabili.)

Somma di polinomi

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b =$$

commutativa

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) = 4a + (-2b).$$

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa),

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Da ciò deduciamo la regola per effettuare la somma di polinomi:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio*

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva: infatti, per esempio,

$$3x + (-3x) = (3 - 3)x = 0x.$$

Siccome x è *un numero*, $0x$ fa zero *per ogni* x , e quindi $3x + (-3x) = 0$.

Grado della somma di polinomi

Per esempio

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) +$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) =$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 =$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*:

Grado della somma di polinomi

Per esempio

$$(x^2 - 2xy - y^2) + (x^2 + y^2) = x^2 + x^2 - 2xy - y^2 + y^2 = 2x^2 - 2xy.$$

I termini rossi danno zero, per quanto appena visto, e per la proprietà dell'elemento neutro della somma possiamo non scrivere $-y^2 + y^2$.

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*: per esempio,

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} +$$

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} =$$

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} =$$
$$= x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab =$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \underbrace{7a}_{\text{grado 1}} \end{aligned}$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili)

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con $-P[a, b, x, \dots]$, o $-P(x)$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

$$\text{L'opposto di } x^2 + x + 1 \text{ è } -x^2 - x - 1$$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

$-(x^2 + x + 1) = -x^2 - x - 1$ e analogamente per altri polinomi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso!

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

che ha più coefficienti positivi che negativi.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 = \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) = (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx)$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx =\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Anche con la differenza, si ha che il grado del risultato non può superare i gradi dei due operandi.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 +$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 =$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così:

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio),

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b).

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b). Quindi **m** sarà a e **n** sarà $2b$.

Allora abbiamo

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione.

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) +$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} +\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}}\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 =\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili*

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse. Per esempio, se il primo polinomio ha 9 termini e il secondo 7, il polinomio prodotto risulta di 63 termini ($9 \cdot 7$), che eventualmente si possono elidere.

Il prodotto di polinomi ha però importanti proprietà, che dimostriamo nel percorso approfondito.

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi,

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con **P**, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

$$1 \quad (\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R}) \quad (\text{Proprietà associativa});$$

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);
- 4 Esiste un polinomio $\mathbf{1}$

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);
- 4 Esiste un polinomio $\mathbf{1}$ (il numero 1) tale che $\mathbf{P} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{P}$ per ogni polinomio $\mathbf{P}$.
- 5 Se i polinomi sono ridotti ai minimi termini, allora il grado del prodotto è pari alla *somma* dei gradi dei fattori.

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri,

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile).

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile). (il reciproco di **P** è il polinomio **Q** tale che **$P \cdot Q = 1$**).

Infatti, cerchiamo il reciproco del polinomio *a*, per esempio. Siccome ha grado 1, il prodotto di *a* per il suo “polinomio reciproco” deve avere grado almeno 1 (se il secondo è una costante). Ma allora questo prodotto non sarà mai pari alla costante 1, che ha grado zero.

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile). (il reciproco di **P** è il polinomio **Q** tale che **$P \cdot Q = 1$**).

Infatti, cerchiamo il reciproco del polinomio *a*, per esempio. Siccome ha grado 1, il prodotto di *a* per il suo “polinomio reciproco” deve avere grado almeno 1 (se il secondo è una costante). Ma allora questo prodotto non sarà mai pari alla costante 1, che ha grado zero.

La divisione fra polinomi sarà comunque oggetto di una prossima lezione.

Parte III

percorso approfondito

- 11 Richiami
- 12 Prime proprietà
- 13 Somma di polinomi
- 14 Opposto di un polinomio e differenza
- 15 Prodotto di polinomi

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$)

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Variabili

Richiamiamo alcuni concetti già visti.

Sono date delle lettere (come $a, b, c, \dots, m, n, p, \dots, x, y, z$) che indicano delle *variabili*.

Queste variabili sono *numeri razionali* (dunque eventualmente anche interi, naturali), ma *non specificati*.

Questo significa che

Definizione di variabile

Una *variabile* è una lettera per la quale valgono le regole fondamentali dei numeri alla quale essa si riferisce.

Spieghiamo meglio questo concetto.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc..

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri.

Se, ad esempio, la lettera m indica un numero naturale (intero positivo) si suppone per esempio che $m \geq 0$, che abbiano senso m^2 , 3^m , la proprietà commutativa dell'addizione, ecc.. *Non* ha senso invece l'espressione $m \cap n$, perché “ $\cap$ ” non è un'operazione tra numeri naturali. Siccome gli insiemi numerici che abbiamo conosciuto sono “inscatolati” l'uno dentro l'altro,

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

la cosa più semplice da fare è lavorare direttamente con i numeri razionali, che contengono come sottocasi anche gli altri numeri. Le regole fondamentali sono dunque le proprietà di base delle operazioni con i numeri razionali, che riassumiamo in una tabella.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

$$1) \quad a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{per ogni } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Proprietà delle operazioni con i numeri razionali

- 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 2) $a + b = b + a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 3) esiste un numero, lo zero (0), tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 4) per ogni numero a esiste un numero $(-a)$ tale che $a + (-a) = 0$;

- 5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$;
- 6) $a \cdot b = b \cdot a$ per ogni $a, b \in \mathbb{Q}$;
- 7) esiste un numero, l'uno (1), tale che $a \cdot 1 = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$;
- 8) per ogni numero $a \neq 0$ esiste un numero $(1/a)$ tale che $a \cdot (1/a) = 1$;

- 9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ per ogni $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*,

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

Lo scopo dell'Algebra è dedurre delle relazioni fra variabili che siano *sempre vere*, o il più possibile vere. Per questo serve partire da proprietà che siano universalmente vere, quali appunto le proprietà delle operazioni.

Proprietà fondamentale

Tutte le proprietà dell'Algebra devono essere dedotte *esclusivamente* dalle proprietà di base delle operazioni. In questo modo le proprietà dedotte saranno valide *per ogni* valore assunto dalle variabili.

È invece una *convenzione* il fatto che certe espressioni richiedano le parentesi ed altre no. Per esempio, siccome si è deciso di dare precedenza alla moltiplicazione rispetto all'addizione, l'ultima proprietà, la distributiva, si può scrivere come l'abbiamo scritta, anziché

$$(a) \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c).$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:
espressioni come

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione:
espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione. Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione. Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*. Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

Nei *monomi* abbiamo visto all'opera esclusivamente la moltiplicazione: espressioni come

$$-3xyz^3, \quad \frac{2}{3}ab^2x, \quad \frac{5}{7}a$$

erano costruite con la moltiplicazione tra variabili, e le regole di calcolo sono state dedotte dalle regole della moltiplicazione.

Vogliamo ora fare qualcosa di simile con l'*addizione*.

Per esempio, al posto di $12abc$ vorremmo considerare

$$12 + a + b + c.$$

Notiamo che è molto simile al monomio scritto, in quanto esso sarebbe

$$12 \cdot a \cdot b \cdot c$$

e quindi abbiamo sostituito i “ $\cdot$ ” con i “ $+$ ”.

Le operazioni $+$ e $\cdot$ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Le operazioni $+$ e $\cdot$ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Infatti la proprietà distributiva “dissimmetrizza” lo schema che abbiamo visto, perché scambiando il $+$ con il $\cdot$ troveremmo

Le operazioni ‘+’ e ‘·’ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Infatti la proprietà distributiva “dissimmetrizza” lo schema che abbiamo visto, perché scambiando il + con il · troveremmo

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

Le operazioni ‘+’ e ‘·’ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Infatti la proprietà distributiva “dissimmetrizza” lo schema che abbiamo visto, perché scambiando il + con il · troveremmo

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

che è *falsa*, per esempio, per i numeri $a = 1, b = 2, c = 3$.

Le operazioni ‘+’ e ‘·’ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Infatti la proprietà distributiva “dissimmetrizza” lo schema che abbiamo visto, perché scambiando il + con il · troveremmo

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

che è *falsa*, per esempio, per i numeri $a = 1, b = 2, c = 3$.

Un caso in cui però è sempre vera è $a = b = c = 0$, per cui se un insieme numerico contenesse solo lo zero (e quindi $1 = 0$), tutte le regole sarebbero verificate.

Le operazioni ‘+’ e ‘·’ non sono simmetriche (ammettendo di cambiare 0 in 1).

Infatti la proprietà distributiva “dissimmetrizza” lo schema che abbiamo visto, perché scambiando il + con il · troveremmo

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

che è *falsa*, per esempio, per i numeri $a = 1, b = 2, c = 3$.

Un caso in cui però è sempre vera è $a = b = c = 0$, per cui se un insieme numerico contenesse solo lo zero (e quindi $1 = 0$), tutte le regole sarebbero verificate. Ovviamente un simile insieme non serve a nessuno.

Prime proprietà

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) =$$

Prime proprietà

Supponiamo di avere l'espressione

$$a + a.$$

Siccome vale la proprietà distributiva e quella dell'elemento neutro della moltiplicazione, possiamo dire che

$$a + a = 1 \cdot a + 1 \cdot a = (1 + 1) \cdot a = 2 \cdot a = 2a.$$

Allo stesso modo,

$$a + a + a = 3a, \quad \text{ecc.,}$$

oppure

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

oppure ancora

$$\frac{2}{3}a - \frac{1}{4}a = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)a = \frac{5}{12}a.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 =$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b*.

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2,$$

Lo stesso ragionamento si applica quando vi sono monomi simili:

$$xy^2 + xy^2 = 1 \cdot xy^2 + 1 \cdot xy^2 = (1 + 1)xy^2 = 2xy^2.$$

A questo punto ci chiediamo cosa accade se abbiamo un'espressione con monomi *non simili*, come ad esempio

$$a + b.$$

Non sarà possibile che questa espressione, contenente due variabili, si possa semplificare, ad esempio, in *un solo* monomio?

Sempre per esempio, potrebbe darsi che $a + b = 2a$?

Ci accorgiamo subito che un'uguaglianza del tipo

$$a + b = 2a$$

non può essere dedotta dalle proprietà fondamentali dei numeri, perché *non è vera per tutti i numeri attribuibili ad a e b* . Infatti, se prendiamo $a = 1$ e $b = 2$, viene

$$1 + 2 = 2, \quad \text{che è falsa.}$$

Teorema fondamentale

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due o più monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due o più monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due o più monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

Teorema fondamentale

Si può dimostrare il seguente

Teorema

Non è possibile che la somma di due o più monomi *dissimili* sia uguale, per ogni scelta dei valori delle variabili, a un terzo monomio.

Quindi, per esempio,

$$\frac{7}{5}xy - \frac{2}{3}x^2$$

non potrà *mai* essere uguale a un *unico* monomio.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- 1 tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- 2 $a + b$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Questo motiva la seguente

Definizione di polinomio

Un *polinomio* è una qualsiasi espressione comprendente una somma finita di monomi.

Esempi di polinomi sono:

- ① tutti i monomi, quindi anche i numeri razionali;
- ② $a + b$;
- ③ $-\frac{2}{3}ax + 5x^2$;
- ④ $1 + x - x^2$;
- ⑤ $2ab + 3xy - \frac{7}{5}x^2 + a^2b^2 - 6^2abx$.

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

❶ $\sqrt{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ① $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ② $x + 2^x$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- 1 $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- 2 $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Dal teorema che stavamo dimostrando segue il famoso

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ① $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ② $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ③ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Dal teorema che stavamo dimostrando segue il famoso

Principio di identità dei polinomi

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ❶ $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ❷ $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ❸ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Dal teorema che stavamo dimostrando segue il famoso

Principio di identità dei polinomi

Due polinomi sono uguali se e solo se consistono degli stessi monomi con gli stessi coefficienti.

Definizione di polinomio

Non sono polinomi, invece, le seguenti espressioni:

- ① $\sqrt{x+y}$ (perché le variabili non possono stare sotto la radice)
- ② $x + 2^x$ (perché le variabili non devono essere esponenti)
- ③ $\frac{1}{x+y}$ (perché le variabili non possono andare al denominatore).

Dal teorema che stavamo dimostrando segue il famoso

Principio di identità dei polinomi

Due polinomi sono uguali se e solo se consistono degli stessi monomi con gli stessi coefficienti.

Rimandiamo la dimostrazione di questo fatto un po' più avanti.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} +$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

Un po' di nomenclatura

Un polinomio si dice *ridotto ai minimi termini* se tutti i suoi monomi sono dissimili.

Per esempio, $x + 2x^2$ è ai minimi termini, mentre $x + x^2 + 2x^2$ no.

Il *massimo* grado dei monomi che costituiscono il polinomio si dice *grado* del polinomio.

Per esempio,

$$\underbrace{2a}_{\text{grado 1}} + \underbrace{3abc}_{\text{grado 3}} + \underbrace{\frac{2}{3}a^2bc^2}_{\text{grado 5}} + \underbrace{6}_{\text{grado 0}}$$

ha grado 5.

Fissata una variabile, il grado “rispetto a quella variabile” è il massimo dei gradi dei monomi rispetto alla variabile scelta.

Per esempio, rispetto alla variabile c , il polinomio scritto sopra ha grado 2, mentre rispetto alla b ha grado 1.

(Ricordiamo che i *numeri* hanno grado zero. Quindi i polinomi di grado zero sono le *costanti*, polinomi senza variabili.)

Somma di polinomi

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) +$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b =$$

commutativa

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) =$$

Somma di polinomi

Prendiamo due polinomi; per esempio

$$a + 2b \quad \text{e} \quad 3a - 4b.$$

Pensando di attribuire ad a e b dei valori, se volessimo considerare l'espressione

$$\underbrace{(a + 2b)}_{\text{primo polinomio}} + \underbrace{(3a - 4b)}_{\text{secondo polinomio}}$$

non ci faremmo tanti problemi a sommare, esattamente come facciamo quando calcoliamo $(1 + 3) + (3 + 7)$:

$$(a + 2b) + (3a - 4b) = a + 2b + 3a - 4b = \underbrace{a + 3a}_{\text{commutativa}} + (2b - 4b) = 4a + (-2b).$$

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa),

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Per eseguire questo calcolo abbiamo usato un po' di volte la proprietà commutativa (e tante volte quella associativa), però, essendo operazioni "lecite", questo modo di procedere e' corretto.

Il risultato

$$4a + (-2b)$$

si scrive solitamente $4a - 2b$, secondo quanto detto a proposito dei monomi e delle regole dei segni.

Da ciò deduciamo la regola per effettuare la somma di polinomi:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio*

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva:

Somma di polinomi

Somma di due o più polinomi

La somma di due o più polinomi si esegue togliendo le eventuali parentesi ai polinomi e sommando i monomi simili.

Ci rendiamo conto subito del fatto che *la somma di due polinomi è sempre un polinomio* (e ciò perché abbiamo convenuto di chiamare “polinomi” anche i monomi e i numeri).

Talvolta capita che nella somma di polinomi dei termini diano somma zero: in questo caso si dice che *si elidono*.

Ciò segue sempre dalla proprietà distributiva: infatti, per esempio,

$$3x + (-3x) = (3 - 3)x = 0x.$$

Siccome x è *un numero*, $0x$ fa zero *per ogni* x , e quindi $3x + (-3x) = 0$.

Per esempio

Grado della somma di polinomi

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*:

Grado della somma di polinomi

Un'altra proprietà semplice e interessante è la seguente:

Grado della somma di due polinomi

Il grado della somma di due o più polinomi non è mai superiore ai gradi dei polinomi addendi.

Naturalmente, nulla vieta che il grado *sia minore*: per esempio,

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} +$$

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} =$$

$$\underbrace{(x^2 + a - \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab)}_{\text{grado 2}} =$$
$$= x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab =$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(x^2 + a - \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} + \underbrace{\left(6a - x^2 + \frac{2}{5}ab\right)}_{\text{grado 2}} = \\ & = x^2 + a - \frac{2}{5}ab + 6a - x^2 + \frac{2}{5}ab = \\ & = x^2 - x^2 + a + 6a - \frac{2}{5}ab + \frac{2}{5}ab = \\ & = 0 + 7a + 0 = \underbrace{7a}_{\text{grado 1}} \end{aligned}$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

Opposto di un polinomio

Opposto di un polinomio

Dato un polinomio, si chiama *opposto* del polinomio dato il polinomio che ha tutti i coefficienti dei suoi monomi di segno cambiato.

Per esempio, se il polinomio è

$$-x^2y^2 + \frac{4}{5}abx - 3 + 2a,$$

il suo opposto è

$$+x^2y^2 - \frac{4}{5}abx + 3 - 2a.$$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili)

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con

È abitudine chiamare un polinomio nelle variabili $a, b, x, \dots$ con una scrittura del tipo $P[a, b, x, \dots]$ (per ricordare le variabili) e usare la scrittura $P(x)$ quando la variabile è una sola.

In questo modo si è soliti scrivere il polinomio opposto di $P[a, b, x, \dots]$ con $-P[a, b, x, \dots]$, o $-P(x)$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così:

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

Attenzione!

La scrittura col meno nasconde un'insidia pericolosissima: cioè, far sorgere la tentazione di mettere un meno davanti al polinomio per calcolarne l'opposto.

Le cose, in realtà, non stanno affatto così, perché il polinomio opposto si cambia cambiando *tutti* i segni del polinomio dato. Dunque

L'opposto di $x^2 + x + 1$ è $-x^2 - x - 1$ e non $-x^2 + x + 1$.

Per mantenere la scrittura del $-P[a, b, x, \dots]$, che è comoda, si procede allora così: si mette *una parentesi* davanti ai polinomi cambiati di segno. Si scrive quindi

$-(x^2 + x + 1)$ per indicare l'opposto di $x^2 + x + 1$.

Dunque abbiamo la regola

$-(x^2 + x + 1) = -x^2 - x - 1$ e analogamente per altri polinomi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi.

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso!

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

Un'altra insidia, già manifestatasi con i numeri relativi, è pensare che $-P[a, b, x, \dots]$ debba avere tutti segni negativi. Falso! Se P è il polinomio

$$-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8$$

il suo opposto è

$$\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8$$

che ha più coefficienti positivi che negativi.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo.

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right)$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 \\ &= 0 + 0 + 0 = \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Proprietà fondamentale dell'opposto

L'opposto di un polinomio ha una fondamentale proprietà che è la seguente:

Proprietà dell'opposto

La somma di un polinomio con il suo opposto è il numero zero, ossia il *polinomio nullo*.

La *dimostrazione* è semplice: siccome *tutti* i monomi cambiano di segno, quando si sommano due polinomi l'uno opposto dell'altro tutti i monomi si elidono, e quindi resta il numero zero, che abbiamo chiamato polinomio nullo. Per esempio,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{7}{6}ax^2 - 3ax + 8\right) + \left(\frac{7}{6}ax^2 + 3ax - 8\right) \\ &= \left(-\frac{7}{6}ax^2 + \frac{7}{6}ax^2\right) + (-3ax + 3ax) - 8 + 8 \\ &= 0 + 0 + 0 = 0. \end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) =$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) = (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx)$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx =\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\&= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\&= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Differenza di due polinomi

Dati due polinomi, definiamo *differenza* di due polinomi la somma del primo con l'opposto del secondo:

$$P[a, b, x, \dots] - Q[a, b, x, \dots] = P[a, b, x, \dots] + (-Q[a, b, x, \dots]).$$

In pratica è facile se si usa la convenzione di mettere la parentesi dopo il meno dell'opposto, così:

$$\begin{aligned}(x^2 + ay + bx) - (x^3 - 2ay + bx) &= (x^2 + ay + bx) + (-x^3 + 2ay - bx) \\ &= x^2 + ay + bx - x^3 + 2ay - bx = \\ &= -x^3 + x^2 + 3ay.\end{aligned}$$

Nella pratica, poi, basta ricordare che il meno davanti alla parentesi contenente *una somma* cambia tutti i segni degli addendi.

Anche con la differenza, si ha che il grado del risultato non può superare i gradi dei due operandi.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali:

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali: è il *viceversa* che non è così evidente.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali: è il *viceversa* che non è così evidente. Supponiamo allora che due polinomi abbiano alcuni monomi diversi, e che *per assurdo* siano uguali.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali: è il *viceversa* che non è così evidente. Supponiamo allora che due polinomi abbiano alcuni monomi diversi, e che *per assurdo* siano uguali. Per esempio,

$$x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 = z + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy.$$

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali: è il *viceversa* che non è così evidente. Supponiamo allora che due polinomi abbiano alcuni monomi diversi, e che *per assurdo* siano uguali. Per esempio,

$$x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 = z + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy.$$

Poiché dalle leggi dei numeri e dell'uguaglianza segue che si può sommare ad una uguaglianza vera uno stesso numero, possiamo pensare di ridurre questa uguaglianza sommando ai monomi uguali nei due polinomi i loro opposti, e ottenere così un'uguaglianza di soli monomi dissimili.

Dimostrazione del principio di identità dei polinomi

La *dimostrazione* del principio di identità dei polinomi è abbastanza facile se si ammette il teorema sulla somma di monomi dissimili.

Ricordiamoci che per noi due polinomi sono “uguali” se sostituendo valori qualsiasi alle variabili, risultano numeri uguali. Quindi, se due polinomi hanno i monomi tutti uguali, è chiaro che produrranno risultati uguali: è il *viceversa* che non è così evidente. Supponiamo allora che due polinomi abbiano alcuni monomi diversi, e che *per assurdo* siano uguali. Per esempio,

$$x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 = z + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy.$$

Poiché dalle leggi dei numeri e dell'uguaglianza segue che si può sommare ad una uguaglianza vera uno stesso numero, possiamo pensare di ridurre questa uguaglianza sommando ai monomi uguali nei due polinomi i loro opposti, e ottenere così un'uguaglianza di soli monomi dissimili.

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

$$2a^3bc^2x + xy^2 = 2a^3bcx + 2xy.$$

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

$$2a^3bc^2x + xy^2 = 2a^3bcx + 2xy.$$

Ora, sommando un numero sufficiente di opposti di monomi a destra, possiamo pensare di lasciarne uno solo, dissimile da tutti perché sono tutti dissimili tra loro, e trovare una somma di monomi dissimili pari a un singolo monomio, che abbiamo detto essere impossibile.

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

$$2a^3bc^2x + xy^2 = 2a^3bcx + 2xy.$$

Ora, sommando un numero sufficiente di opposti di monomi a destra, possiamo pensare di lasciarne uno solo, dissimile da tutti perché sono tutti dissimili tra loro, e trovare una somma di monomi dissimili pari a un singolo monomio, che abbiamo detto essere impossibile. Nel nostro esempio, basta sommare $(-2xy)$ da entrambe le parti e trovare

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

$$2a^3bc^2x + xy^2 = 2a^3bcx + 2xy.$$

Ora, sommando un numero sufficiente di opposti di monomi a destra, possiamo pensare di lasciarne uno solo, dissimile da tutti perché sono tutti dissimili tra loro, e trovare una somma di monomi dissimili pari a un singolo monomio, che abbiamo detto essere impossibile. Nel nostro esempio, basta sommare $(-2xy)$ da entrambe le parti e trovare

$$2a^3bc^2x + xy^2 + (-2xy) = 2a^3bcx + 2xy + (-2xy)$$

Per esempio, nel nostro caso sommiamo $(-x)$ e $+3/2ax^3$ da entrambe le parti e troviamo

$$\begin{aligned}x + 2a^3bc^2x - \frac{3}{2}ax^3 + xy^2 + (-x) + \frac{3}{2}ax^3 &= \\= x + 2a^3bcx - \frac{3}{2}ax^3 + 2xy + (-x) + \frac{3}{2}ax^3.\end{aligned}$$

che, ridotta, dà

$$2a^3bc^2x + xy^2 = 2a^3bcx + 2xy.$$

Ora, sommando un numero sufficiente di opposti di monomi a destra, possiamo pensare di lasciarne uno solo, dissimile da tutti perché sono tutti dissimili tra loro, e trovare una somma di monomi dissimili pari a un singolo monomio, che abbiamo detto essere impossibile. Nel nostro esempio, basta sommare $(-2xy)$ da entrambe le parti e trovare

$$2a^3bc^2x + xy^2 + (-2xy) = 2a^3bcx + 2xy + (-2xy)$$

da cui

$$2a^3bc^2x + xy^2 - 2xy = 2a^3bcx$$

che è impossibile.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) =$$

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Se vogliamo moltiplicare un polinomio per un numero, possiamo usare sempre la proprietà distributiva: per esempio

$$3 \cdot (a + b) = 3 \cdot a + 3 \cdot b$$

e dedurre una proprietà vera, perché basata sulle proprietà fondamentali delle operazioni.

Lo stesso ragionamento si ha se vogliamo moltiplicare un monomio per un polinomio. Per esempio,

$$(3ab) \cdot (a + b) = (3ab \cdot a) + (3ab \cdot b) = 3a^2b + 3ab^2.$$

Abbiamo quindi la regola

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Per moltiplicare un monomio per un polinomio, si moltiplicano tutti i termini del polinomio per il monomio fattore.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 +$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 =$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così:

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio),

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b).

Ovviamente la moltiplicazione tiene conto delle eventuali regole dei segni.
Per esempio,

$$-\frac{2}{5}axy \cdot (-5x^2 + 10y^2) = -\frac{2}{5}axy \cdot (-5)x^2 + \left(-\frac{2}{5}axy\right) \cdot 10y^2 = 2ax^3y - 4axy^3.$$

Per passare al prodotto di due *polinomi*, dobbiamo premettere qualche scrittura.

Supponiamo di avere un caso facile, e cioè l'espressione (scelta ad esempio)

$$(a + 2b)(2a - 3b)$$

Facciamo allora così: indichiamo per un attimo con **m** e **n** i due monomi di $a + 2b$ (il primo polinomio), e con $P[a, b]$ il secondo (perché contiene solo le lettere a e b). Quindi **m** sarà a e **n** sarà $2b$.

Allora abbiamo

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione.

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) +$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$(a + 2b) \cdot (2a - 3b) = \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) =$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} +\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\ &= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}}\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 =\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Allora abbiamo

$$(a + 2b)(2a - 3b) = (\mathbf{m} + \mathbf{n}) \cdot P[a, b].$$

Se immaginiamo di sostituire ad a, b dei numeri, usando la proprietà distributiva potremo scrivere

$$(\mathbf{m} + \mathbf{n})(2a - 3b) = \mathbf{m} \cdot P[a, b] + \mathbf{n} \cdot P[a, b].$$

Adesso sappiamo calcolare il prodotto di $\mathbf{m}$ e $\mathbf{n}$ per il polinomio $P[a, b]$, e quindi possiamo continuare l'operazione. Dunque

$$\begin{aligned}(a + 2b) \cdot (2a - 3b) &= \underbrace{a}_{\mathbf{m}} \cdot (2a - 3b) + \underbrace{2b}_{\mathbf{n}} \cdot (2a - 3b) = \\&= \underbrace{2a^2 - 3ab}_{1^\circ \text{ prodotto}} + \underbrace{4ab - 6b^2}_{2^\circ \text{ prodotto}} \\&= 2a^2 - 3ab + 4ab - 6b^2 = 2a^2 + ab - 6b^2.\end{aligned}$$

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili*

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse.

Prodotto di polinomi

Ci accorgiamo che, di fatto, abbiamo *moltiplicato i monomi dei due polinomi fra loro in tutti i modi possibili* (moltiplicando però un monomio del primo polinomio per un monomio del secondo). Ecco quindi la definizione:

Prodotto di polinomi

Il prodotto di due polinomi è dato dal prodotto di tutti i monomi del primo polinomio per tutti i monomi del secondo.

Il prodotto di polinomi può dare origine a espressioni complesse. Per esempio, se il primo polinomio ha 9 termini e il secondo 7, il polinomio prodotto risulta di 63 termini ($9 \cdot 7$), che eventualmente si possono elidere.

Il prodotto di polinomi ha però importanti proprietà.

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi,

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con **P**, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

$$1 \quad (\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R}) \quad (\text{Proprietà associativa});$$

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);
- 4 Esiste un polinomio $\mathbf{1}$

Proprietà del prodotto di polinomi

Ecco le principali proprietà del prodotto di polinomi, abbreviando $P[a, b, x, \dots]$ con $\mathbf{P}$, eccetera:

Proprietà del prodotto di polinomi

- 1 $(\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{P} \cdot \mathbf{R})$ (Proprietà associativa);
- 2 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{P}$ (Proprietà commutativa);
- 3 $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R}) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ (Proprietà distributiva);
- 4 Esiste un polinomio $\mathbf{1}$ (il numero 1) tale che $\mathbf{P} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{P}$ per ogni polinomio $\mathbf{P}$.
- 5 Se i polinomi sono ridotti ai minimi termini, allora il grado del prodotto è pari alla *somma* dei gradi dei fattori.

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri,

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile).

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile). (il reciproco di **P** è il polinomio **Q** tale che **$P \cdot Q = 1$**).

Infatti, cerchiamo il reciproco del polinomio *a*, per esempio. Siccome ha grado 1, il prodotto di *a* per il suo “polinomio reciproco” deve avere grado almeno 1 (se il secondo è una costante). Ma allora questo prodotto non sarà mai pari alla costante 1, che ha grado zero.

Osserviamo che queste proprietà assomigliano molto a quelle dei numeri, *ma non è una banalità* che sia così. Infatti, per esempio, non è quasi mai possibile trovare il *reciproco* di un polinomio (solo dei numeri, che sono polinomi banali, è possibile). (il reciproco di **P** è il polinomio **Q** tale che **$P \cdot Q = 1$**).

Infatti, cerchiamo il reciproco del polinomio *a*, per esempio. Siccome ha grado 1, il prodotto di *a* per il suo “polinomio reciproco” deve avere grado almeno 1 (se il secondo è una costante). Ma allora questo prodotto non sarà mai pari alla costante 1, che ha grado zero.

La divisione fra polinomi sarà comunque oggetto di una prossima lezione.

Vediamo ora *perché* queste proprietà sono vere.

Vediamo ora *perché* queste proprietà sono vere.

Nel caso della proprietà associativa, se la somma è effettuata “aprendo le parentesi”, è chiaro che i monomi (alcuni eventualmente anche simili) delle due espressioni $(P \cdot Q) \cdot R$ e $Q \cdot (P \cdot R)$ sono gli stessi, e quindi, per il principio di identità dei polinomi, anche i risultati saranno uguali.

Vediamo ora *perché* queste proprietà sono vere.

Nel caso della proprietà associativa, se la somma è effettuata “aprendo le parentesi”, è chiaro che i monomi (alcuni eventualmente anche simili) delle due espressioni $(P \cdot Q) \cdot R$ e $Q \cdot (P \cdot R)$ sono gli stessi, e quindi, per il principio di identità dei polinomi, anche i risultati saranno uguali.

La proprietà commutativa si dimostra osservando che il prodotto dei polinomi si esegue moltiplicando fra loro i monomi dei due polinomi a due a due *in tutti i modi possibili*. Nei due prodotti $P \cdot Q$ e $Q \cdot P$, dunque, i monomi saranno gli stessi ma con i prodotti invertiti (es. $2ab \cdot 3xy$ da una parte e $3xy \cdot 2ab$ dall'altra).

Vediamo ora *perché* queste proprietà sono vere.

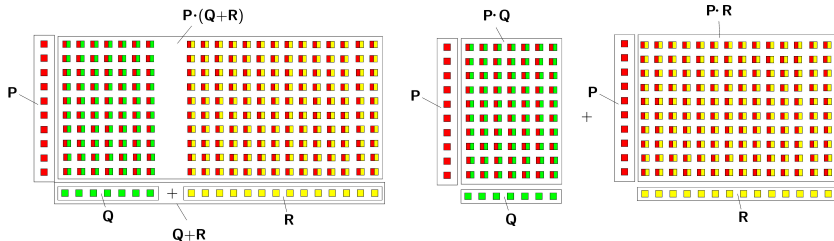
Nel caso della proprietà associativa, se la somma è effettuata “aprendo le parentesi”, è chiaro che i monomi (alcuni eventualmente anche simili) delle due espressioni $(P \cdot Q) \cdot R$ e $Q \cdot (P \cdot R)$ sono gli stessi, e quindi, per il principio di identità dei polinomi, anche i risultati saranno uguali.

La proprietà commutativa si dimostra osservando che il prodotto dei polinomi si esegue moltiplicando fra loro i monomi dei due polinomi a due a due *in tutti i modi possibili*. Nei due prodotti $P \cdot Q$ e $Q \cdot P$, dunque, i monomi saranno gli stessi ma con i prodotti invertiti (es. $2ab \cdot 3xy$ da una parte e $3xy \cdot 2ab$ dall'altra). Pertanto, per la proprietà commutativa della moltiplicazione *di monomi*, i monomi finali uscenti dai due prodotti saranno gli stessi, e per il principio di identità dei polinomi, i risultati finali saranno uguali.

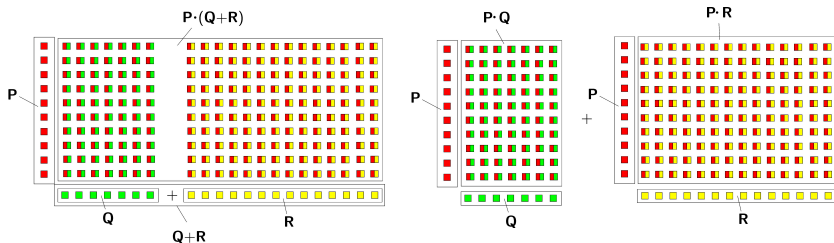
Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R})$ e $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ sono uguali.

Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $\mathbf{P} \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{R})$ e $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}$ sono uguali. Possiamo allora usare un grafico nel quale i monomi dei polinomi sono sostituiti da quadrati colorati, così:

Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $P \cdot (Q + R)$ e $P \cdot Q + P \cdot R$ sono uguali. Possiamo allora usare un grafico nel quale i monomi dei polinomi sono sostituiti da quadrati colorati, così:

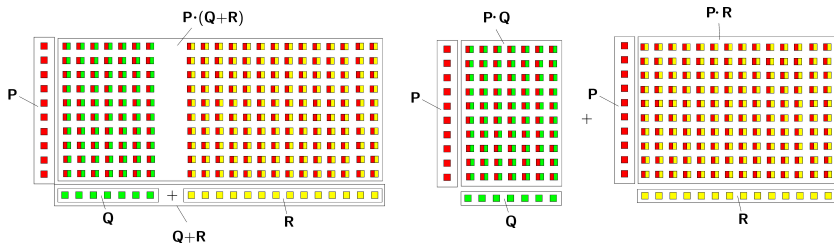


Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $P \cdot (Q + R)$ e $P \cdot Q + P \cdot R$ sono uguali. Possiamo allora usare un grafico nel quale i monomi dei polinomi sono sostituiti da quadrati colorati, così:



e dal quale appare evidente anche che la proprietà commutativa *non* c'entra.

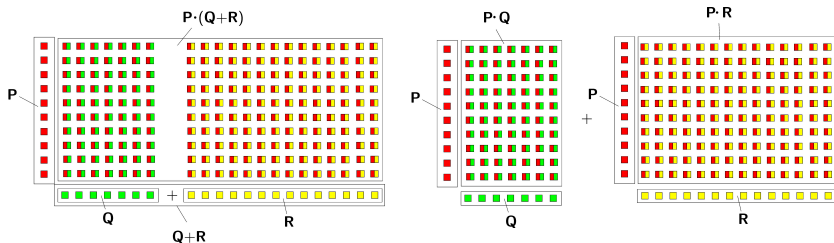
Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $P \cdot (Q + R)$ e $P \cdot Q + P \cdot R$ sono uguali. Possiamo allora usare un grafico nel quale i monomi dei polinomi sono sostituiti da quadrati colorati, così:



e dal quale appare evidente anche che la proprietà commutativa *non* c'entra.

Che il “polinomio” 1 lasci inalterato un polinomio dato per moltiplicazione è evidente.

Per la proprietà distributiva, conviene osservare che i singoli monomi uscenti dalle due espressioni $P \cdot (Q + R)$ e $P \cdot Q + P \cdot R$ sono uguali. Possiamo allora usare un grafico nel quale i monomi dei polinomi sono sostituiti da quadrati colorati, così:



e dal quale appare evidente anche che la proprietà commutativa *non* c'entra.

Che il “polinomio” 1 lasci inalterato un polinomio dato per moltiplicazione è evidente.

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi.

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi. Per esempio, nel prodotto

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi. Per esempio, nel prodotto

$$(2x + \underbrace{3x^2y^3z}_{\text{grado 6}} + \underbrace{z^6}_{\text{grado 6}}) \cdot (xy^6 - \frac{3}{7}z + \underbrace{8x^9}_{\text{grado 9}})$$

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi. Per esempio, nel prodotto

$$(2x + \underbrace{3x^2y^3z}_{\text{grado 6}} + \underbrace{z^6}_{\text{grado 6}}) \cdot (xy^6 - \frac{3}{7}z + \underbrace{8x^9}_{\text{grado 9}})$$

sono evidenziati i monomi di grado massimo dei due fattori. Svolgendo il prodotto risulta

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi. Per esempio, nel prodotto

$$(2x + \underbrace{3x^2y^3z}_{\text{grado 6}} + \underbrace{z^6}_{\text{grado 6}}) \cdot (xy^6 - \frac{3}{7}z + \underbrace{8x^9}_{\text{grado 9}})$$

sono evidenziati i monomi di grado massimo dei due fattori. Svolgendo il prodotto risulta

$$2x^2y^6 - \frac{6}{7}xz + 16x^{10} + 3x^3y^9z - \frac{9}{7}x^2y^3z^2 + \underbrace{24x^{11}y^3z}_{\text{grado 15}} + xy^6z^6 - \frac{3}{7}z^7 + \underbrace{8x^9z^6}_{\text{grado 15}}$$

Infine, siccome il grado di un polinomio è il grado di uno (o più) dei suoi monomi, è chiaro che, moltiplicandoli in tutti i modi, nei vari prodotti comparirà il monomio ottenuto moltiplicando due monomi con i gradi massimi dei due polinomi. Per esempio, nel prodotto

$$(2x + \underbrace{3x^2y^3z}_{\text{grado 6}} + \underbrace{z^6}_{\text{grado 6}}) \cdot (xy^6 - \frac{3}{7}z + \underbrace{8x^9}_{\text{grado 9}})$$

sono evidenziati i monomi di grado massimo dei due fattori. Svolgendo il prodotto risulta

$$2x^2y^6 - \frac{6}{7}xz + 16x^{10} + 3x^3y^9z - \frac{9}{7}x^2y^3z^2 + \underbrace{24x^{11}y^3z}_{\text{grado 15}} + xy^6z^6 - \frac{3}{7}z^7 + \underbrace{8x^9z^6}_{\text{grado 15}}$$

nel quale si vede che i due termini di grado massimo del primo polinomio e il termine di grado massimo del secondo concorrono a formare il grado massimo.