

Il 'nuovo' esame di stato risulta ormai consolidato nella sua struttura, anche se le richieste potrebbero essere un po' più alte, tali almeno da rendere effettivamente riconoscibile il percorso diversificato degli studenti a livello di profondità e comprensione dei singoli argomenti.

Le richieste che vengono qui di seguito proposte potrebbero stimolare qualche piccolo cambiamento nel modo di insegnare matematica nei licei scientifici.

Perché non chiedere l'invenzione del testo di un problema una volta fornita la soluzione, di una funzione che verifichi certe proprietà, di una situazione geometrica rispondente ad alcune proprietà? Nelle scuole forse si è troppo abituati a pacchetti didattici strutturati che non permettono allo studente di stimolare la creatività e attraverso essa giungere ad una miglior comprensione di molti concetti.

Nei passaggi richiesti e nelle strategie scelte per la risoluzione di un problema nella prova d'esame sarebbe auspicabile che emergesse il perché di ciò che si fa, il saper inserire l'argomento in un contesto e saperne valutare le conseguenze. Perché non proporre qualche quesito sul significato di alcuni operatori matematici?

È troppo porre gli studenti di fronte alla risoluzione avvenuta di un problema per chiedere loro di motivare l'assenso o il dissenso rispetto alla procedura utilizzata?

Perché non chiedere qualche semplice dimostrazione (non affrontata a scuola) algebrica o geometrica che metta in gioco il significato stesso di dimostrazione, ipotesi, tesi?

Perché non proporre passi di libri di narrativa (e ce ne sono molti!) che forniscono agganci con la matematica per chiedere al ragazzo di esprimere un parere o di prendere semplicemente una posizione? La scuola di oggi non prepara i giovani a questo tipo di lavoro.

Quest'ultima apertura potrebbe però portare la matematica non soltanto ad essere una scienza più vicina ad alcuni studenti, ma a livello di cultura generale la renderebbe maggiormente apprezzabile perché atta a stimolare riflessioni sulla sua bellezza e utilità.

Rispetto alle provocazioni qui proposte ci si rende comunque conto che andrebbero ristrutturate e riformulate le modalità e i criteri di valutazione oggi in uso nella didattica della matematica.

Se però si crede in una matematica che può anche 'piacere' e aiutare a riflettere, non sarà l'elemento valutativo a frenare questo desiderio!

Francesca Baresi - Liceo Scientifico «G. Bonsignori»,
Remedello (BS)

Mariagrazia Fila - Liceo Scientifico «E. Majorana»,
Rho (MI)



Problema 1

Soluzione. Con riferimento alla figura 1, il punto 1. si risolve abbastanza facilmente se si sa che il luogo dei punti che vedono un segmento sotto un angolo dato è una coppia di archi di circonferenza coi centri sull'asse del segmento. Nel caso in esame, siccome l'angolo $\widehat{ACB}$ è di $\pi/4$, l'angolo al centro corrispondente deve essere di $\pi/2$, e quindi i due centri delle circonferenze devono essere $(2,1)$ e $(2,-1)$. Dato che per $y = 0$ si deve avere $x = 1$ o $x = 3$, esse saranno della forma

$$(x-1)(x-3) + y^2 + ky = 0,$$

ossia

$$x^2 + y^2 - 4x + ky + 3 = 0.$$

Imponendo che la y del centro, pari a $-k/2$, sia ± 1 , si trova $k = \pm 2$. Posto ora $y = 2x$ per trovare le intersezioni, si giunge alle equazioni

$$5x^2 + 3 = 0 \quad \text{e} \quad 5x^2 - 8x + 3 = 0.$$

La prima non ha evidentemente soluzioni reali, mentre la seconda ammette le soluzioni $x = 1$ e $x = 3/5$, corrispondenti quindi ai punti indicati nel testo. Osserviamo anche che la scelta di $(1,2)$ per C rende il triangolo CAB rettangolo isoscele. Per il punto 2, dato che l'altezza relativa ad AB è parallela all'asse y , detta $(t, 2t)$ la generica posizione di C , l'ortocentro si troverà sulla retta $x = t$. Per trovare l'equazione parametrica del luogo γ degli ortocentri, possiamo prendere l'altezza relativa ad AB , che ha coefficiente angolare

$$m = \frac{3-t}{2t}$$

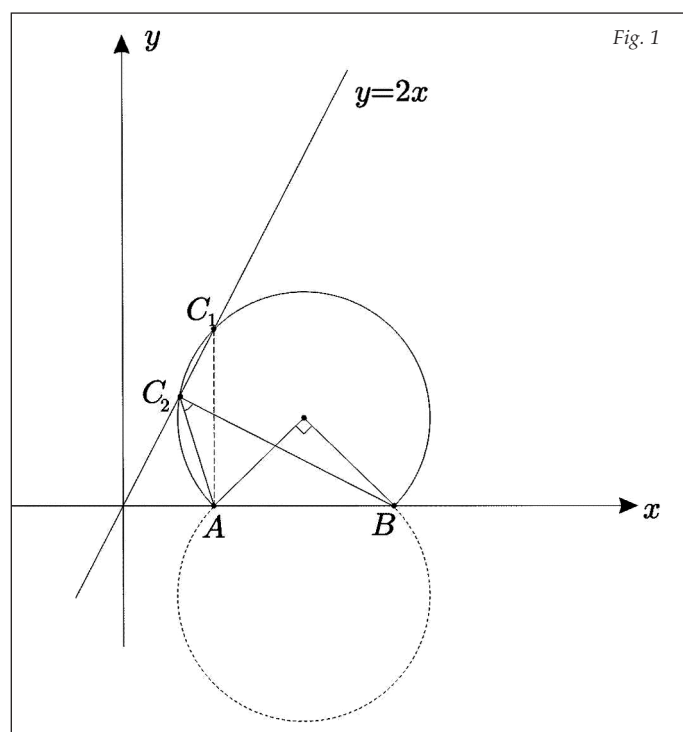


Fig. 1

LA TRACCIA MINISTERIALE

Matematica

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si considerino i triangoli ABC con A(1, 0), B(3, 0) e C variabile sulla retta d'equazione $y=2x$.

1. Si provi che i punti $(1, 2)$ e $(\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$ corrispondono alle due sole posizioni di C per cui è $\hat{ACB} = \frac{\pi}{4}$.
2. Si determini l'equazione del luogo geometrico γ descritto, al variare di C, dall'ortocentro del triangolo ABC. Si tracci γ .
3. Si calcoli l'area Ω della parte di piano delimitata da γ e alle tangenti a γ nei punti A e B.
4. Verificato che è $\Omega = \frac{3}{2}(\ln 3 - 1)$ si illustri una procedura numerica per il calcolo approssimato di $\ln 3$.

PROBLEMA 2

Siano f e g le funzioni definite, per ogni x reale, da $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^2$.

1. Si traccino i grafici di f e di g e si indichi con A la loro intersezione di ascissa negativa.
2. Si calcoli, con uno dei metodi di approssimazione numerica studiati, l'ascissa di A con due cifre decimali esatte.
3. Quanti e quali sono gli zeri della funzione $h(x) = 2^x - x^2$? Si tracci il grafico di h .
4. Si calcoli l'area racchiusa tra il grafico di h e l'asse x sull'intervallo $[2, 4]$.

QUESTIONARIO

1. Siano dati un cono equilatero e la sfera in esso inscritta. Si scelga a caso un punto all'interno del cono. Si determini la probabilità che tale punto risulti esterno alla sfera.
2. Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che $\sin \frac{x}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.
3. Un solido ha per base un cerchio di raggio 1. Ogni sezione del solido ottenuta con un piano perpendicolare ad un prefissato diametro è un triangolo equilatero. Si calcoli il volume del solido.
4. Si esponga la regola del marchese de L'Hôpital (1661-1704) e la si applichi per dimostrare che è: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x} = 0$.

5. Nel piano riferito a coordinate cartesiane (x, y) si dica qual è l'insieme dei punti per i quali risulta: $y^2 - x^3 > 0$.
6. I lati di un parallelepipedo rettangolo misurano 8, 9 e 12 cm. Si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'ampiezza dell'angolo che la diagonale mandata da un vertice fa con ciascuno dei tre spigoli concorrenti al vertice.
7. Perché è geometria "non" euclidea? Che cosa e come viene negato della geometria euclidea? Si illustri la questione con gli esempi che si ritengono più adeguati.
8. Sia f la funzione definita da $f(x) = \pi^x - x^\pi$. Si precisi il dominio di f e si stabilisca il segno delle sue derivate, prima e seconda, nel punto $x = \pi$.
9. In una classe composta da 12 maschi e 8 femmine, viene scelto a caso un gruppo di 8 studenti. Qual è la probabilità che, in tale gruppo, vi siano esattamente 4 studentesse?
10. Qual è l'equazione della curva simmetrica rispetto all'origine di $y = e^{-2x}$? Quale quella della curva simmetrica rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante?

e dunque equazione

$$y = \frac{3-t}{2t}(x-1)$$

e trovare così l'ordinata dell'ortocentro prendendo l'intersezione di questa retta con la retta $x = t$, trovando infine

$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{(t-1)(3-t)}{2t} \end{cases}$$

Volendo l'equazione cartesiana, la sostituzione di t con x fornisce

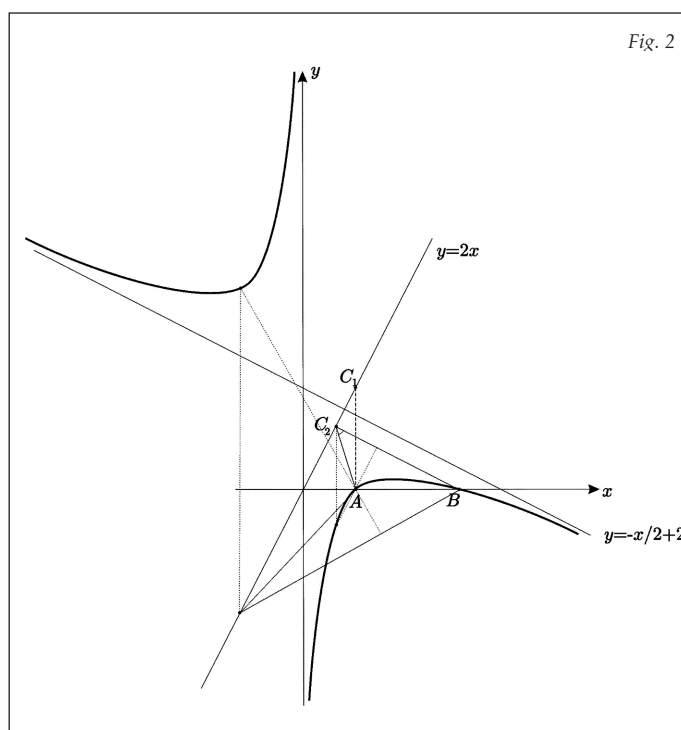
$$y = \frac{(x-1)(3-x)}{2x} = \frac{-x^2 + 4x - 3}{2x} = -\frac{x}{2} + 2 - \frac{3}{2x}$$

Il luogo γ è un'iperbole di facile studio, sul quale non ci dilunghiamo, che è riportata in figura 2. Essa passa per A, B, ammette un massimo in $(\sqrt{3}, 2 - \sqrt{3})$, un minimo in $(-\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ e la retta $y = -x/2 + 2$ come asintoto obliquo.

Per il punto 3, determinate le tangenti in A e B a γ , che risultano essere

$$y = x - 1 \text{ e } y = -\frac{1}{3}(x - 3),$$

e che hanno intersezione per $x = 3/2$, l'area richiesta si calco-



la con gli integrali

$$\Omega = \int_1^{3/2} (x-1)dx - \int_{3/2}^3 \frac{1}{3}(x-3)dx + \int_3^4 \left(-\frac{x}{2} + 2 - \frac{3}{2} \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}(\ln 3 - 1).$$

Infine, il punto 4 si può ricondurre al calcolo dell'ultimo integrale nella precedente formula; infatti, siccome i primi due valgono rispettivamente $1/8$ e $-3/8$, si ricava che

$$\ln 3 = \frac{2}{3} \int_3^4 \left(-\frac{x}{2} + 2 - \frac{3}{2} \frac{1}{x} \right) dx + \frac{5}{6}.$$

Pertanto una procedura numerica per il calcolo approssimato di $\ln 3$ può essere ricavata da uno dei consueti metodi di integrazione numerica (per esempio, il metodo dei trapezi), applicato all'integrale della formula appena data.

Qualora non fosse noto che il luogo dei punti che vedono il segmento AB sotto l'angolo di $\pi/4$ è costituito da due archi di circonferenza, il candidato poteva procedere così: detto $C(x, y)$ il generico punto con questa proprietà, l'area del triangolo ABC vale

$$A = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \sin \frac{\pi}{4}.$$

D'altro canto detta area è anche pari ad $\overline{AB} \cdot \overline{CH} / 2$, cioè y . Dunque, per $y > 0$,

$$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} \cdot \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 2\sqrt{2}y.$$

Elevando al quadrato e raccogliendo i termini, risulta

$$((x-1)^2 + y^2)((x-3)^2 + y^2) = 8y^2.$$

Pertanto, siccome C deve stare sulla retta $y = 2x$, sostituendo risulta

$$(x^2 - 2x + 1 + 4x^2)(x^2 - 6x + 9 + 4x^2) = 32x^2$$

che, con molta pazienza, si trasforma in

$$25x^4 - 40x^3 + 30x^2 - 24x + 9 = 0.$$

Siccome due soluzioni sono $x = 1$ e $x = 3/5$, l'equazione si può fattorizzare in

$$(x-1)(5x-3)(5x^2+3) = 0$$

che non ammette altre soluzioni reali oltre alle due già note. Ribaltando le soluzioni date rispetto all'asse x , ed essendo queste non appartenenti alla retta $y=2x$, si vede che non vi possono essere soluzioni con $y < 0$.

Problema 2

Soluzione. I grafici delle due curve sono riportati in figura 3. Osserviamo che entrambi passano per i punti $(2;4)$ e $(4;16)$. Per trovare l'ascissa di A , si può fare uso del metodo di bisezione (quello di Newton è scomodo per la presenza del termine $\log 2$ nella derivata della funzione 2^x). Per partire, prendiamo $x = -1$, per il quale $(-1)^2 > 2^{-1}$ e $x = -1/2$, per il quale $1/4 < 1/\sqrt{2}$. Siccome la distanza fra -1 e $-1/2$ è inferiore a $1/2$, la prima approssimazione è a meno di $1/2$. Il punto medio dell'intervallo dato è $-3/4$, che è quindi un'ap-

prossimazione a meno di $1/4$. In corrispondenza di questo valore si ha $9/16 < 2^{-3/4}$, e dunque l'approssimazione successiva è il punto medio dell'intervallo sinistro, che è $-7/8$, a meno di $1/2^3$. Per giungere ad un'approssimazione inferiore a 0.01 si deve quindi procedere per altri quattro passi, fino a $1/2^7 = 1/128 < 0.01$. Senza dilungarci sui passaggi, con questo metodo (e una buona calcolatrice) si giunge all'approssimazione $-99/128 \approx -0.773$, che differisce da quella calcolata con un computer (-0.766664) per meno di $1/100$. Per rispondere al terzo punto, si nota senza difficoltà che, oltre allo zero negativo, che indicheremo con ξ , $x = 2$ e $x = 4$ sono zeri della funzione h . Mostriamo che non ve ne sono altri. Siccome x^2 è monotona decrescente per $x \leq 0$ e 2^x è monotona decrescente nello stesso intervallo, non vi sono altre soluzioni negative oltre a ξ . Prendendo il logaritmo di ambo i membri, riscriviamo poi l'equazione

$$x^2 = 2^x$$

nella forma

$$2 \log_2 x = x.$$

Gli zeri positivi della funzione h sono anche gli zeri di questa funzione. Ora, siccome la funzione $x \mapsto \log_2 x$ è concava, la retta $y = x$ può intersecarne il grafico in al più due punti, che sono appunto $x = 2$ e $x = 4$. Questo mostra che non vi sono altri zeri oltre a quelli indicati.

Per tracciare il grafico di h , serve uno studio di funzione. Non è difficile rendersi conto che, per le proprietà dell'esponenziale, la funzione passa per $(0,1)$, tende a $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$ e a $-\infty$ per $x \rightarrow -\infty$ e non ha asintoti. Lo studio delle soluzioni testè svolto permette di stabilire il segno di h , la quale, per il teorema di Rolle, deve ammettere almeno un punto di massimo o di minimo tra ξ e 2 e tra 2 e 4 . Studiamo allora la derivata

$$h'(x) = 2^x \ln 2 - 2x.$$

Similmente a quanto osservato sopra, la funzione $2^x \log 2$ è convessa, per cui il grafico della funzione $y = 2x$ può interse-

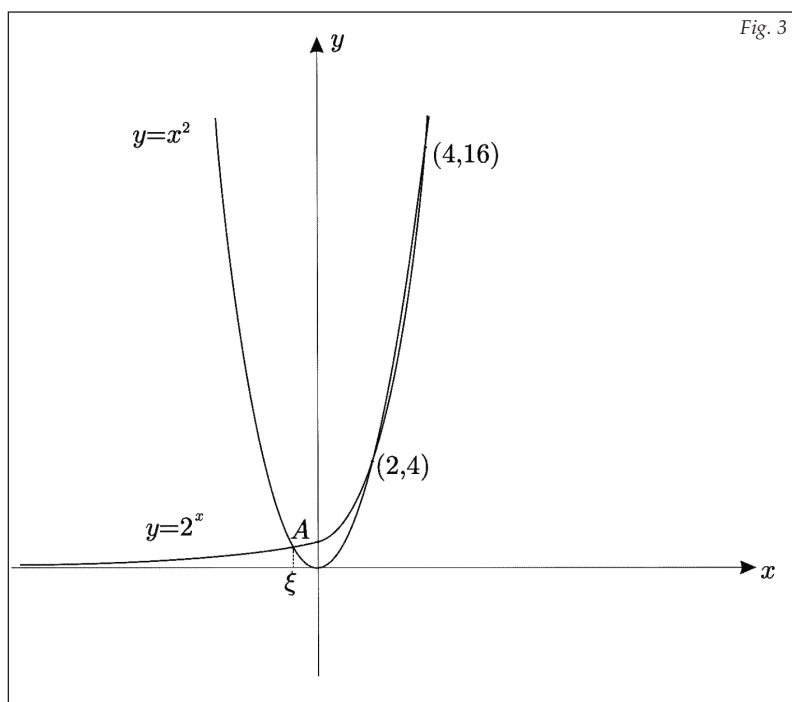


Fig. 3

carlo al più in due punti. Siccome sappiamo che ve ne sono almeno due, essi devono essere esattamente due, e devono trattarsi di un massimo tra ξ e 2 e di un minimo tra 2 e 4. Siccome $h'(0) > 0$, il punto di massimo deve essere di ascissa positiva e di ordinata maggiore di 1. La derivata seconda

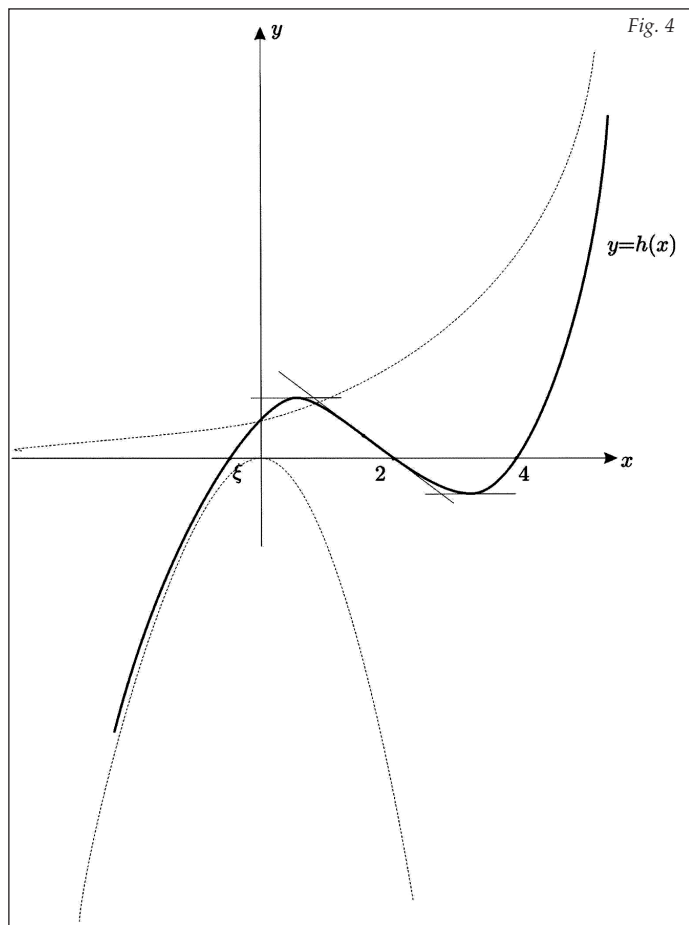
$$h''(x) = 2^x \ln^2 2 - 2$$

si annulla per $x = 1 - 2(\ln(\ln 2))/\ln 2 \approx 1.53$, è positiva prima di questo valore e negativa poi. La sua ordinata vale

$$y = \frac{4 \ln(\ln 2)}{\ln 2} + \frac{2 - 4 \ln^2(\ln 2)}{\ln^2 2} - 1 \approx -0.07.$$

Il grafico di h è rappresentato in figura 4. La risposta all'ultimo quesito è infine

$$A = \int_4^2 (2^x - x^2) = \frac{56}{3} - \frac{12}{\ln 2} \approx 1.35.$$



Questionario

1) La soluzione è data dal rapporto del volume del complementare della sfera nel cono e il volume del cono stesso, o, che è la stessa cosa,

$$p = \frac{\text{vol}(\text{cono}) - \text{vol}(\text{sfera})}{\text{vol}(\text{cono})} = 1 - \frac{\text{vol}(\text{cono})}{\text{vol}(\text{sfera})}.$$

Ora, il rapporto dei volumi di cono e sfera è il cubo del rapporto dei loro raggi, e le sezioni dei due solidi mostrano un triangolo equilatero e il cerchio in esso inscritto. Siccome questo è pari all'area divisa per il semiperimetro, il rapporto dei raggi risulta essere $1/\sqrt{3}$. La probabilità cercata è dunque

$$p = 1 - \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

2) Basta ricordare che il seno dell'angolo cercato è metà della corda, e quindi metà della sezione aurea del raggio, divisa per il raggio. Siccome questo rapporto verifica la proporzione $1 : x = x : (1 - x)$, si ricava subito $x = (\sqrt{5} - 1)/2$ e il risultato richiesto.

3) Il solido è dunque il solido di rotazione di un triangolo equilatero attorno al suo asse, cioè un cono equilatero. La sua altezza è quindi $\sqrt{3}/2$ e $\sqrt{3}/6$ il volume.

4) Una forma di tale regola è che se f, g sono funzioni derivabili, g tende a $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$ ed esiste il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = l,$$

allora si ha anche

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = l$$

(facciamo notare che non serve che f tenda ad alcun limite). Pertanto, posto $f(x) = x^{2008}$ e $g(x) = 2^x$, applicando la regola 2008 volte, risulta

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{(2008)}(x)}{g^{(2008)}(x)} = \frac{2008!}{2^x \ln^{2008} 2} = 0$$

e dunque il limite cercato è 0.

A voler essere precisi, è più rigoroso dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{2^x} = 0$$

per induzione su n . Per $n=0$ l'affermazione si riduce a $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x} = 0$, che è vera. Supposta vera per n , abbiamo che il

limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{2^x}$ esiste ed è pari a zero, e dunque per la regola di de L'Hôpital,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{n+1}}{2^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{\ln 2} \frac{x^n}{2^x} = \frac{n+1}{\ln 2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{2^x} = 0,$$

da cui l'affermazione segue per il principio di induzione.

5) Se $x < 0$, la relazione è vera per ogni y . Se invece $x \geq 0$, si deve avere $y > x^{3/2}$ o $y < -x^{3/2}$. La regione richiesta è quindi indicata in figura 5 (a p. seg.), nella quale sono tracciate le due curve

$$y = \pm x^{3/2}.$$

6) La diagonale misura $\sqrt{64 + 81 + 144} = 17$. I coseni dei tre angoli cercati α, β, γ sono rispettivamente

$$\cos \alpha = \frac{8}{17}, \quad \cos \beta = \frac{9}{17}, \quad \cos \gamma = \frac{12}{17}.$$

Da queste relazioni si possono ricavare gli angoli. Se la calcolatrice non li riporta in gradi sessagesimali, è sufficiente dapprima impostare la proporzione

$$360^\circ : (2\pi) = x^\circ : \alpha$$

e trovare il valore x di α in gradi, con gli eventuali decimali che vanno convertiti in primi e secondi. Per esempio, $\alpha = 61^\circ 55'$, e similmente per gli altri due angoli.

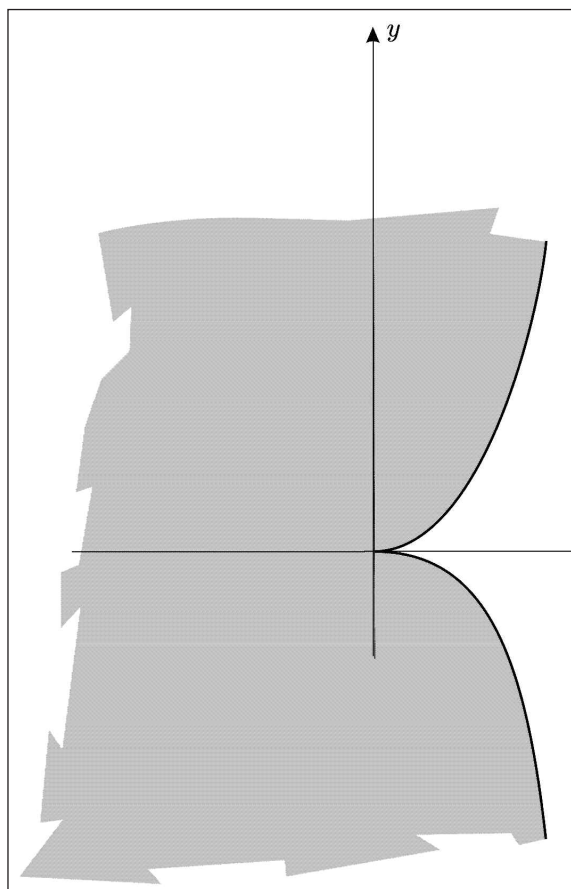


Fig. 5

7) Questo punto può essere efficacemente illustrato con un controesempio classico di oggetto che non verifica tutti gli assiomi della geometria euclidea, come il cerchio massimo su una superficie sferica. Per due punti di una superficie sferica, infatti, esiste sempre un cerchio massimo passante per i due, ma non è vero che, dati un cerchio massimo e un punto fuori di esso, esiste un cerchio massimo passante per il punto e non avente altri punti in comune con il primo. Se si decide, allora, di chiamare «punti» i punti della superficie sferica e «rette» i cerchi massimi, si vede che il quinto postulato di Euclide non è soddisfatto, mentre altri lo sono (non tutti, in quanto in questo caso viene meno anche l'indefinita «prolungabilità» della retta). Sulla sfera è però possibile e studiare una Geometria, che non sarà euclidea, ma ugualmente interessante.

Una trattazione più complicata si potrebbe fare usando il cosiddetto modello di Poincaré della geometria non euclidea, nel quale le rette sono opportune coniche, e nel quale anche l'illimitatezza della retta si può recuperare¹.

8) La funzione π^x è definita per ogni x , mentre la funzione x^π è solitamente definita per $x \geq 0$, in quanto, se x fosse negativa, nelle approssimazioni razionali di π con denominatore pari, che sono ovunque dense, la funzione non sarebbe definita. Poi, se $x > 0$, allora

$$x^\pi = e^{\ln(x^\pi)} = e^{\pi \ln x}$$

per cui

$$f'(x) = D(\pi^x - e^{\pi \ln x}) = \pi^x \ln \pi - e^{\pi \ln x} \frac{\pi}{x} = \pi^x \ln \pi - \pi x^{\pi-1}$$

e

$$f'(\pi) = \pi^\pi (\ln \pi - 1)$$

dopodiché

$$f''(x) = \pi^x \ln^2 \pi + (\pi - \pi^2) x^{\pi-2}$$

col che

$$f''(\pi) = \pi^{\pi-1} (\ln^2 \pi - \pi + 1).$$

9) La risposta è data dalla distribuzione ipergeometrica, che dà, su una popolazione di N oggetti divisi in due classi di numerosità A e B , con $A + B = N$, la probabilità che un campione di n oggetti abbia a elementi della prima classe e b elementi della seconda (ovviamente $a + b = n$). Essa è data da

$$p = \frac{\binom{A}{a} \binom{B}{b}}{\binom{A+B}{a+b}}.$$

Nel nostro caso, quindi, $A=12$, $B=8$, $a=4$, $b=4$ (a e A indicano le studentesse, b e B gli studenti maschi), e dunque

$$p = \frac{\binom{12}{4} \binom{8}{4}}{\binom{20}{8}} = \frac{1155}{4199}.$$

10) La curva data è il luogo

$$\{(x, y) : y - e^{2x} = 0\}$$

e il suo simmetrico rispetto all'origine si trova con la trasformazione

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

che dà quindi $y = -e^{-2x}$. La seconda curva richiesta deriva invece dalla trasformazione

$$(x, y) \rightarrow (y, x)$$

ed è pertanto il luogo

$$\{(x, y) : x - e^{2y} = 0\}$$

ossia la curva di equazione

$$y = \frac{1}{2} \ln x.$$

Commento alla prova

La prova, nel suo complesso, sembra abbastanza equilibrata e scritta in modo chiaro. A parte la difficoltà iniziale di conoscere il luogo dei punti che vedono un segmento sotto un angolo dato, che comunque è eludibile a patto di affrontare qualche calcolo, il primo problema non presenta difficoltà insormontabili.

Per quanto riguarda il secondo, esso appare standard nella parte relativa al calcolo dello zero negativo dell'equazione proposta. Più intrigante la terza domanda, alla quale si è tentati di rispondere che «l'esponenziale tende all'infinito più velocemente della parabola, e quindi è vero», che non dimo-

1. Si veda, ad esempio, il commento di M. Marchi e A. Marro su questa rivista ai temi dello scorso anno: *Nuova Secondaria*, XXV, 4, 15 dicembre 2007, pp. 83-90.

stra in realtà quanto appare dalla figura. Lo studio della derivata prima della funzione va fatto con un confronto grafico, peraltro non difficile.

Anche il questionario è vario e di media difficoltà, senza punti di particolare rilievo, considerato il programma dell'indirizzo P.N.I., fatto salvo forse il quesito sulla geometria non euclidea, che però era affrontabile, per quanto limitandosi strettamente a quanto vuole il testo, con un esempio abbordabile.

Raffronti con prove precedenti e suggerimenti

Da un confronto con le prove P.N.I. degli ultimi anni appare evidente la ripetizione del quesito sulla geometria non euclidea, segno questo del fatto che si vuole sottolineare l'importanza di verificare una base minima di conoscenze in questo ambito (minima per necessità, in quanto una trattazione articolata e quantitativa dell'argomento è difficilmente praticabile nella scuola). Il corrispondente quesito di quest'anno si presentava comunque più abbordabile di quello dello scorso anno, riferito invece nello specifico alla somma degli angoli interni di un triangolo. D'altro canto è ormai pratica diffusa negli istituti quella di cercare di attrarre l'interesse degli studenti con argomenti aventi agganci interdisciplinari, e quindi molti non saranno stati presi alla sprovvista da questo quesito. Da osservare anche che il quesito 2 è identico a quello proposto nell'omologa prova del 2005, e che in questa prova nel suo complesso mancano quasi del tutto le trasformazioni geometriche, vero «cavallo di battaglia» di alcuni anni fa.

Quali spunti si possono trarre da questa prova? Certamente un incitamento ad uno studio organico dei luoghi geometrici, che consentono spesso di accelerare le risoluzioni dei problemi di geometria analitica. Da non trascurare, come sempre, la geometria solida e la probabilità, che compaiono ormai da vari anni nei questionari. La pratica, infine, del questionario, dovrebbe sempre più suggerire all'insegnante di prediligere esercizi senza grosse difficoltà algebriche, dal punto di vista dei calcoli, a favore di quelli che si possono affrontare con un pizzico di astuzia.

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore, Brescia

IN RETE

Nel sito riservato agli abbonati, nella pagina **ESAMI DI STATO**, il dossier **13 anni di esami**: i testi delle prove degli esami di Stato dal 1996 al 2008 divisi per materia con le relative soluzioni.

Come raggiungerci:

nel sito www.lascuola.it cliccare su

Nuova Secondaria (sulla sinistra della home page)

– viene richiesta la registrazione per la quale è necessario il numero di abbonamento

– vengono poi forniti **nome utente** e **password** che consentono l'accesso.



MARCO BUZZONI

FILOSOFIA DELLA SCIENZA

2307 - pp. 352, € 26,00

collana

"SUB - STRUMENTI UNIVERSITARI DI BASE"

Nel ventesimo secolo la scienza ha iniziato a trovarsi nella necessità di giustificare non soltanto i propri campi di indagine, ma anche la sua stessa esistenza, vincolata sempre più da scelte etiche politiche ed economiche. Una riflessione filosofica sulla scienza è sempre più un bisogno obbiettivo della nostra cultura, dal momento che il sapere scientifico è uno dei fattori che più influenza la realtà naturale e la vita sociale e culturale.

Questo lavoro, soffermandosi sui concetti epistemologici fondamentali e adottando il metodo di esposizione storico-critico, vuole mettere a disposizione del lettore gli strumenti concettuali di base necessari per affrontare i dibattiti culturali che fervono intorno a questa attuale tematica.



EDITRICE
LA SCUOLA

NS09-4A