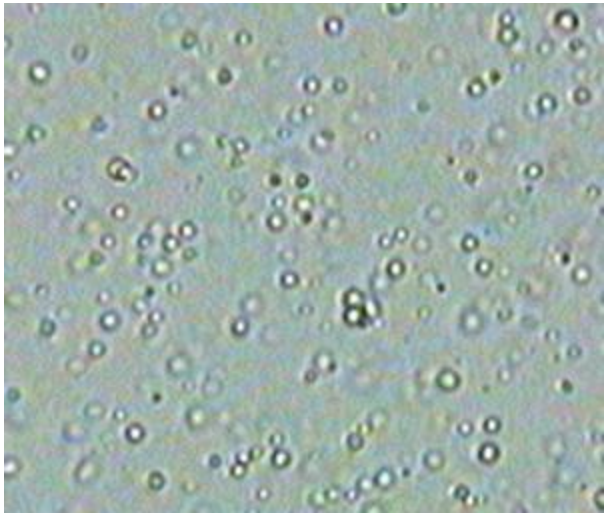
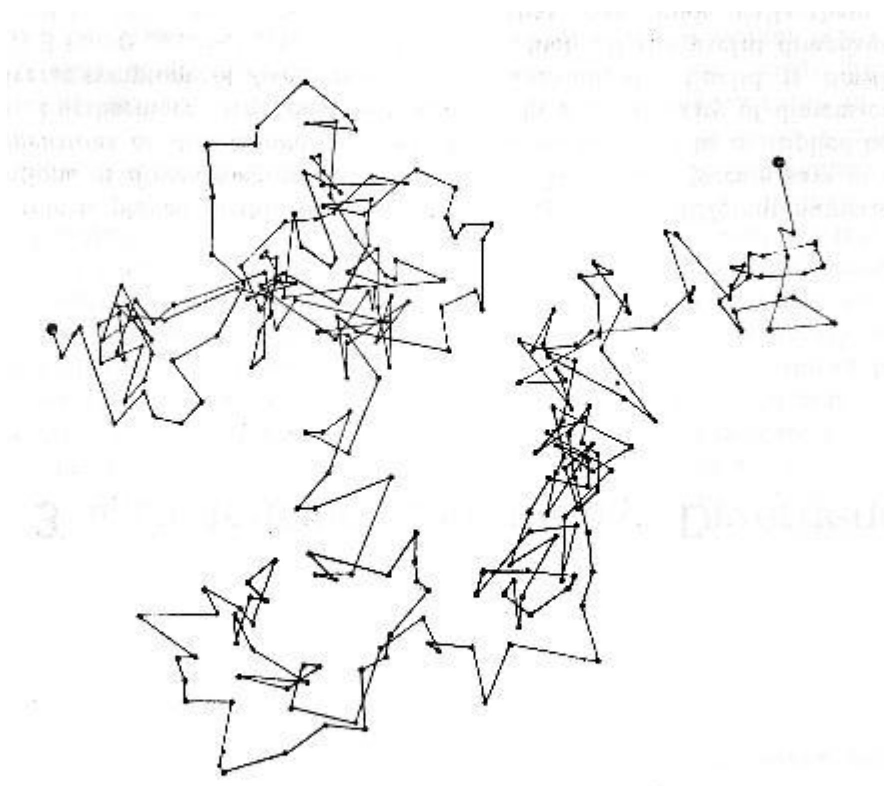
ENTROPIA 2

Ledo Stefanini

- Questo che presentiamo è il MOTO DI BROWN di sferule microscopiche in acqua



- Si può seguire il moto caotico di una delle sferule in acqua (o di una particella di fumo in aria):

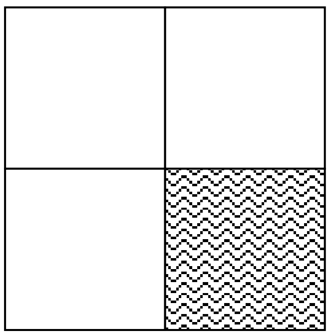


- Il moto di Brown ci insegna tre cose fondamentali:
- i corpi sono aggregati di particelle piccolissime. Tipicamente, in un bicchier d’acqua ce ne sono 10^{24}, in un grammo d’aria 10^{22};
- queste particelle sono animate da un moto caotico e incessante;
- un corpo che, macroscopicamente, ci appare immutabile (cioè sempre uguale a se stesso) in realtà muta continuamente: ad un unico stato macroscopico, corrisponde un numero enorme di microstati tra loro diversi.

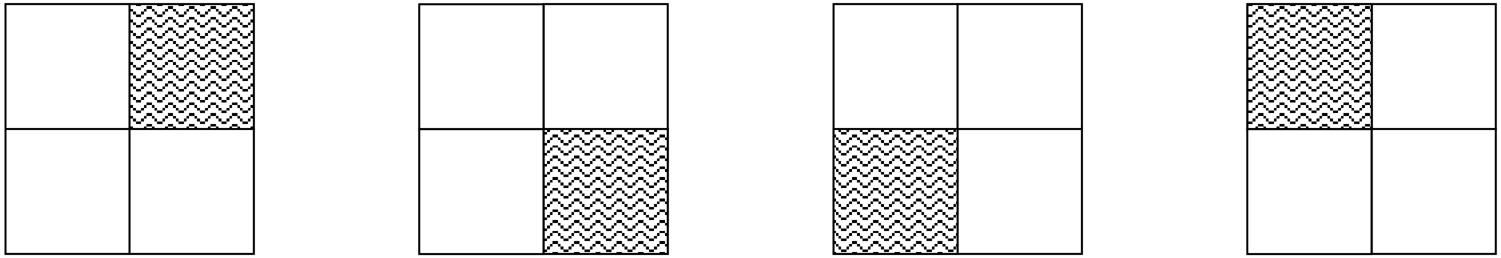
- Un gas chiuso in una bombola termicamente isolato è un esempio di corpo in stato di equilibrio: i suoi parametri fisici macroscopici (pressione, temperatura, volume, massa), infatti, non mutano nel tempo. E, tuttavia, a quest'unico macrostato corrisponde un numero enorme di microstati diversi.

- Un modello di solido che si deve ad Einstein:

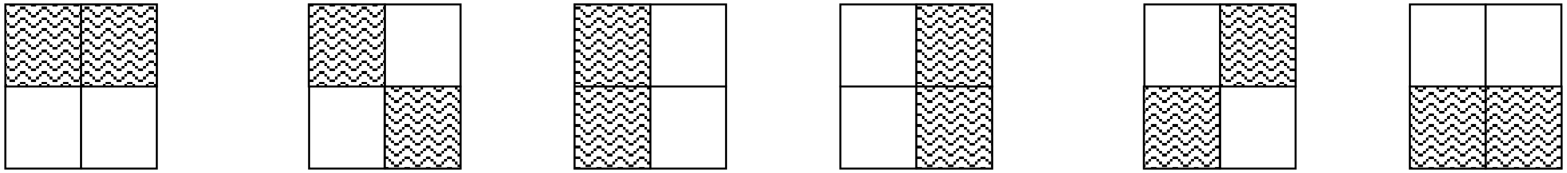
  Una tavola divisa in un certo numero di piastrelle



- La configurazione [1 piastella N; 3 B] si può creare in 4 modi diversi:



- Diremo che la MOLTEPLICITA’ di questo stato è 4. Lo stato [2 piastrelle N; 2 B] ha una molteplicità più grande (6):



- Se il numero delle piastrelle è 9, le molteplicità sono più grandi:

  [9B, 0 N]=1; [8B, 1 N]=9 ; [7B, 2 N]=36; [6B, 3 N]=84; [5B, 4 N]=126;

  [4B, 5 N]=126; [3B, 6 N]=84;

  [2B, 7 N]=36; [1B, 8 N]=9 ; [0B, 9 N]=1

- Gli stati [5B,4N] e [4B, 5N] hanno uguali molteplicità: 126.
- Per calcolare la molteplicità di un solido di Einstein costituito da N piastrelle si ricorre alla relazione:

$$M[k,N] = \frac{N \times (N-1) \times (N-2) \times \ldots \times (N-k+1)}{k \times (k-1) \times (k-2) \times \ldots 1}$$

- Per esempio, per un solido di 64 piastrelle,
- lo stato di massima molteplicità è [32B, 32N], con

$$M\left[32B,64\right]=\frac{64\times63\times62\times\ldots\times33.}{32\times31\times\ldots\times1}=1{,}83\times10^{18}$$

- Tuttavia, se vogliamo costruire una funzione additiva, conviene prendere il logaritmo delle molteplicità; per cui definiamo una nuova funzione che chiameremo ENTROPIA:

$$S \propto \ln M$$

- essendo N il numero delle configurazioni che corrispondono ad un determinato stato.

- Mentre, ad esempio,

$$\frac{M[8B,16]}{M[6B,16]} = 1{,}6$$

- La differenza delle entropie dei due stati è

$$S[8B,16]-S[6B,16]=k(12800-8000)=4800k$$

- Dove k è una costante arbitraria.
- Per k si assume la costante di Boltzmann:

$$k = 1{,}38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} = 1{,}38 \times 10^{-23} Ct$$

- La scelta della costante fa sì che l’entropia non sia un numero puro, ma acquisti le dimensioni fisiche

$$[S] = \left[\frac{J}{K}\right] = [Carnot]$$