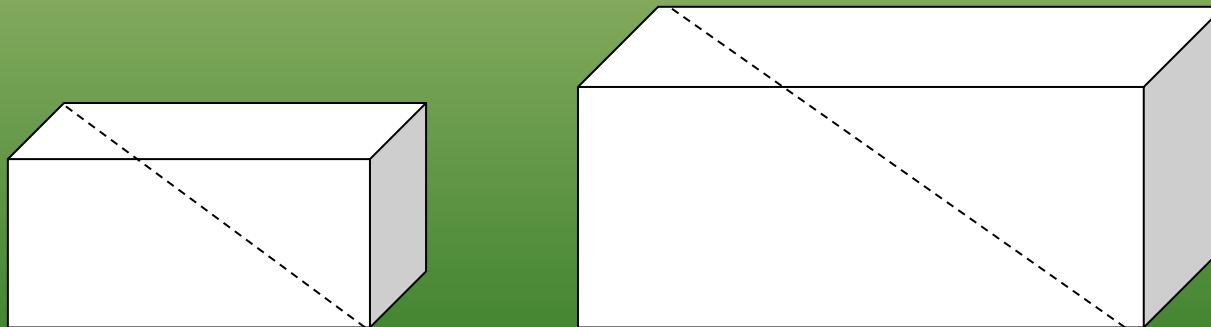


SIMILITUDINE GEOMETRICA 1

TEOREMI FONDAMENTALI

TEOREMA 1: Se due figure sono simili, il rapporto tra due seguenti corrispondenti è lo stesso per tutti i segmenti: si chiama *rapporto di similitudine* o *fattore di scala*.



- Questa proposizione non presuppone per niente che i segmenti corrispondenti siano stati *misurati*, ovvero che le loro lunghezze siano espresse da un numero e da una unità di lunghezza.
- Il *rapporto di similitudine* è un numero puro.

TEOREMA 2. Se due figure sono simili, le superfici corrispondenti stanno nello stesso rapporto e questo è uguale al quadrato del rapporto di similitudine.

- Se il rapporto di similitudine è R , il rapporto delle superfici corrispondenti è R^2 .

TEOREMA 3. Se due figure sono simili, i volumi corrispondenti stanno nello stesso rapporto e questo è uguale al cubo del rapporto di similitudine.

- Se il rapporto di similitudine è R , il rapporto dei volumi corrispondenti è R^3 .

RELAZIONE TRA VOLUMI



- Quelle rappresentate sono una statua del Canova e una sua riproduzione in scala 1:5.
- Ammesso che siano state realizzate con lo stesso marmo, qual è il rapporto delle masse delle statue?
- Quale il rapporto tra le superfici?

SITUAZIONI REALI DALLE QUALI TRARRE CONSIDERAZIONI FISICHE

In certi ristoranti il risotto (o la polenta o il budino) vengono serviti sotto forma di semisfera con la sezione appoggiata sul piatto. Se il risotto scotta, per affrettarne il raffreddamento, conviene distribuirlo sulla superficie del piatto.

Spiegare perché la manovra raggiunge lo scopo.

Un uomo (o anche un animale) esposto a basse temperature si raggomitola, ovvero cerca di assumere una forma che approssima il più possibile quella sferica.

Qual è la ragione di tale comportamento?

La legge del raffreddamento di Newton afferma che la potenza emessa da un corpo caldo è proporzionale alla sua superficie.

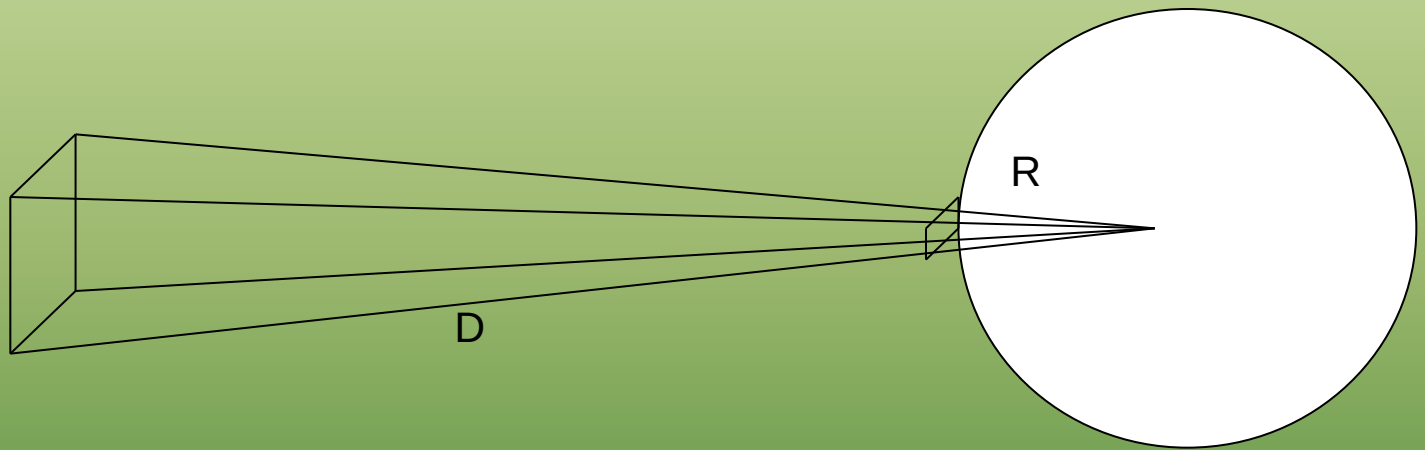
Da una semisfera di riosotto di raggio qualsiasi, quante semisfere di raggio metà si ricavano?

Quale sarà il tempo di raffreddamento delle semisfere piccole rispetto all'unica semisfera grande?

La brillantezza solare

- Con questo termine si indica l'energia emessa al secondo da ogni metro quadro di superficie solare.
- La potenza che arriva (per ogni m^2) sulla Terra si chiama *costante solare*

$$S = 1400 \text{ W/m}^2$$



$$D = 15 \times 10^{10} m \quad R = 7 \times 10^8 m$$

- Il rapporto di similitudine è $\frac{D}{R} = 200$

- Il rapporto delle superfici dei due quadrati sarà $\left(\frac{D}{R}\right)^2 = 200^2$

- La brillantezza solare è $(200)^2$ volte la costante solare S:

$$B_{\oplus} = (200)^2 \times 1400 \frac{W}{m^2} = 5,6 \times 10^7 \frac{W}{m^2}$$

IL RAPPORTO SUPERFICIE VOLUME

- Abbiamo visto che, tra figure simili, la superficie è proporzionale al quadrato del rapporto di similitudine e il volume al cubo.
- Ne segue che il rapporto superficie/ volume è proporzionale al rapporto di similitudine:

$$\frac{V}{S} = R$$

PROBLEMI PER POLLICINO

- L'energia termica contenuta in un corpo omogeneo (ad una data temperatura) è proporzionale alla sua massa, quindi al suo volume. La rapidità con cui la emette nell'ambiente è proporzionale alla superficie.

- Posto che tra Pollicino e suo padre sussista un rapporto di similitudine 10,
- il rapporto delle superfici è 100, il rapporto dei volumi 1000.
- Il rapporto superficie/volume per Pollicino vale 10 volte quello di suo padre: il povero bambino è condannato a soffrire il freddo.

- Per compensare questa perdita di energia, Pollicino ha solo due possibilità: mangiare $1/100$ (non $1/1000$) di quanto mangia suo padre, oppure limitare la dispersione di calore indossando una pelliccia.
- Questo spiega perché spesso i piccoli animali hanno l'epidermide rivestita di pelliccia e perché sono costretti a mangiare molto, in relazione alle loro dimensioni.

CADUTA DI BOCCE

- E' noto che i corpi cadono con accelerazioni diverse a causa dell'azione dell'aria. La forza di frenamento che l'aria esercita su una sfera, con accettabile approssimazione, è proporzionale all'area della sezione e al quadrato della velocità:
- dove k dipende dai parametri fisici dell'aria: umidità, densità, ecc.

$$F = k S v^2$$

- Quando la resistenza dell'aria diventa uguale al peso, la sfera cade di moto uniforme. Ciò avviene quando

S= sezione

V= volume

g= acc. di gravità

$$k S v^2 = \rho V g$$

Velocità di regime

- Poiché $S = \pi R^2$, e
 $V = (4/3)\pi R^3$, si ottiene
- Le bocce cadono con
velocità proporzionale
alle loro dimensioni.

$$v_r \propto R$$

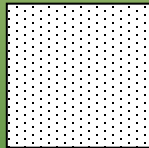
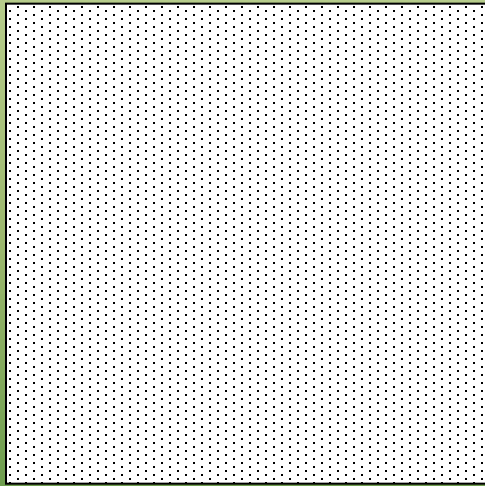
SIMILITUDINE GEOMETRICA E UNITA' DI MISURA

$$m^2 = \text{[light blue square]}$$

$$m^2 = m \times m \quad ?$$

m^2 è un simbolo algebrico o indica una figura geometrica?

- Per misurare le superfici è necessario definire un'unità di misura cioè una superficie campione . Poniamo di scegliere un quadrato. Allora, per misurare le aree di qualsiasi altro quadrato - necessariamente simile alla figura campione - basta determinare il rapporto di similitudine, cioè misurarne il lato nell'unità scelta come lato del quadrato campione.

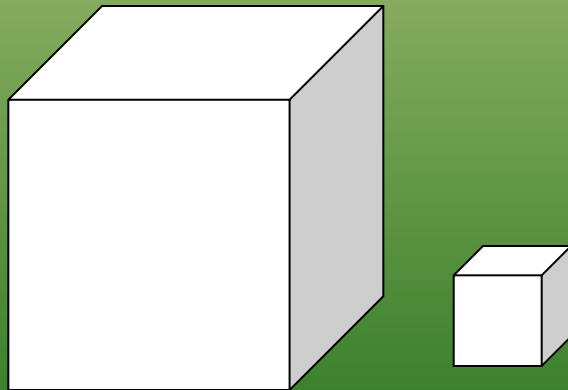


$$m \equiv \frac{L}{l}$$

$$m^2 \equiv \frac{S}{s}$$

- m ed m^2 sono **numeri** che esprimono un rapporto di similitudine tra le dimensioni il primo, tra le superfici il secondo.
- L'analogo vale per i volumi. Stabilito come unità di volume un cubo che abbia come spigolo il segmento assunto come unità di lunghezza, per misurare il volume di qualsiasi cubo basterà misurare la lunghezza dello spigolo.

- Pertanto, m^2 e m^3 indicano effettivamente dei numeri: i rapporti di similitudine con le figure assunte come campione, il quadrato e il cubo che hanno come lato il campione di lunghezza.



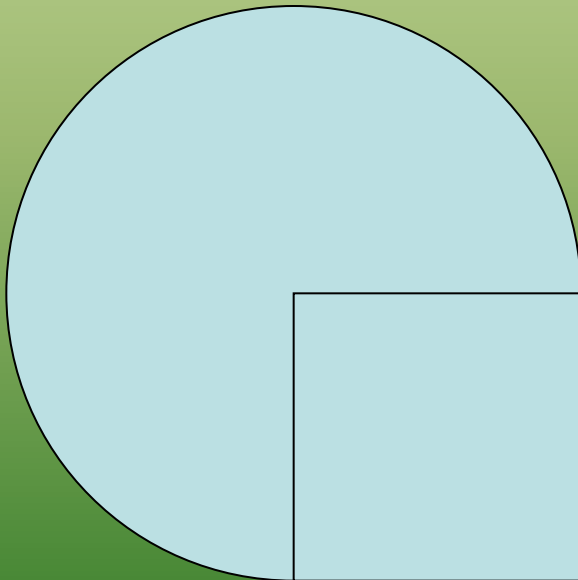
$$m \equiv \frac{L}{l}$$

$$m^3 \equiv \frac{V}{v}$$

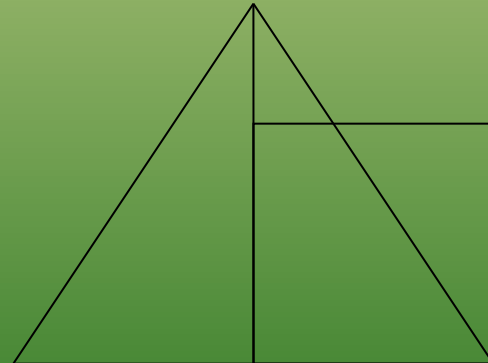
- Il cerchio e la sfera sono figure caratterizzate da una sola dimensione: il raggio, ma non sono simili, rispettivamente, al quadrato e al cubo, che abbiamo assunto come figure campione . Di conseguenza, nell'espressione dell'area del cerchio, oltre al quadrato del raggio dovrà comparire un *fattore di forma*, che tiene conto del fatto che la figura non è un quadrato. Nel caso del cerchio, tale fattore è π .

Fattore di forma

π



$\sqrt{3}$



- Nell'espressione del volume della sfera

$$V = \left(\frac{4}{3} \pi \right) R^3$$

- il fattore di scala è

$$R^3$$

- il fattore di forma

$$\frac{4}{3} \pi$$