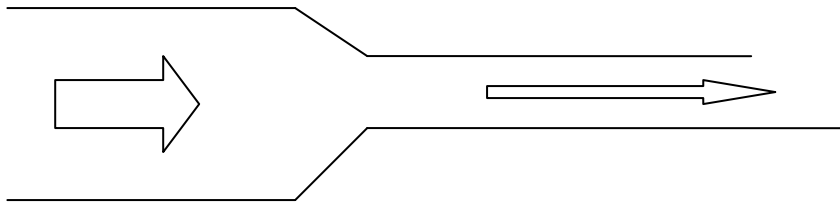


FORZE VISCOSE

Ledo Stefanini

1. MECCANICA DELLA MELASSA

Consideriamo un tubo in cui scorre un liquido. Non è detto che la sua sezione sia costante.



Comunque sia, il valore dell'espressione

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p \quad (1.1),$$

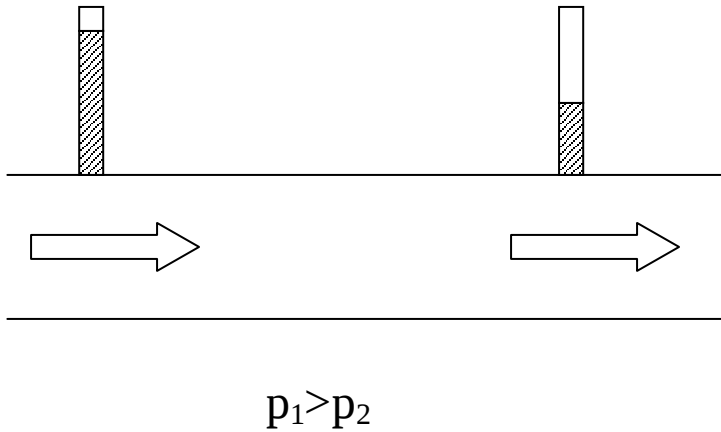
(dove ρ indica la densità del liquido, v la sua velocità e p la pressione) è lo stesso in una qualsiasi sezione del condotto. Questo il contenuto della *legge di Bernoulli*, che stabilisce il fatto che l'unità di volume del liquido che scorre conserva la sua energia lungo il condotto.

Tuttavia, i liquidi per i quali vale la legge di Bernoulli non sono la regola. L'acqua è uno di questi (con buona approssimazione). Vale a dire che se consideriamo acqua che scorre in un tubo a sezione costante e orizzontale, non vi è differenza di pressione e velocità tra due posizioni diverse lungo il tubo.

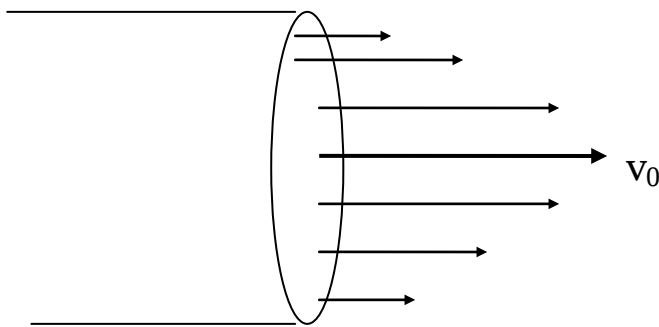


Che è come dire che non vi è perdita di energia tra i due punti o anche che vi è variazione di pressione solo là dove vi è una variazione di velocità.

Questo se nel tubo scorre acqua (per esempio) , ma se si tratta di olio o shampoo le cose vanno diversamente: tra due punti diversi del tubo si rileva una differenza di pressione, nonostante la velocità rimanga costante.



Significa che vi è una perdita di energia interna che non si converte in energia cinetica. Ciò che possiamo osservare è che la velocità del liquido in una sezione del tubo non è uniforme: è massima sull'asse e diminuisce fino ad annullarsi al bordo.



Se si trattasse di acqua vi sarebbe una relazione semplice tra la velocità (uniforme) e la portata:

$$Port = Av \quad (1.2)$$

essendo A l'area della sezione. Ma nel caso di olio la velocità, come abbiamo detto, non è uniforme: è massima sull'asse e nulla sulla superficie del condotto. Le misure suggeriscono che la relazione tra portata e velocità del liquido sull'asse del condotto v_0 sia

$$Port = A \frac{v_0}{2} \quad (1.3).$$

Questo è il momento di inserire altre due osservazioni sperimentali:

1. La perdita di pressione per unità di lunghezza (gradiente di pressione) è proporzionale alla velocità di scorrimento del liquido
2. La perdita di pressione lungo il tubo è proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla sezione.

Da queste due osservazioni si ricava

$$\Delta p = k \frac{l}{A} v_0 \quad (1.4)$$

Dove il fattore di proporzionalità k viene tradizionalmente scritto nella forma

$$k = 4\pi\eta \quad (1.5)$$

essendo η il cosiddetto *coefficiente di viscosità* del liquido.

Dalla (1.4) si ricavano le dimensioni fisiche della costante di viscosità:

$$[\eta] = \left[\frac{A}{v_0} \frac{\Delta p}{l} \right] = [Pa \times s] \quad (1.6)$$

La perdita di pressione rappresenta la perdita di energia per unità di volume di liquido, e il gradiente di pressione rappresenta la forza agente sull'unità di volume. La (1.4) stabilisce quindi una proporzionalità diretta tra la forza applicata su un metro di liquido e la sua velocità di scorrimento. Si tratta appunto di un moto viscoso.

Il prodotto della portata per la perdita di pressione (1.4) fornisce la potenza perduta per attrito interno su un tratto di condotto di lunghezza l :

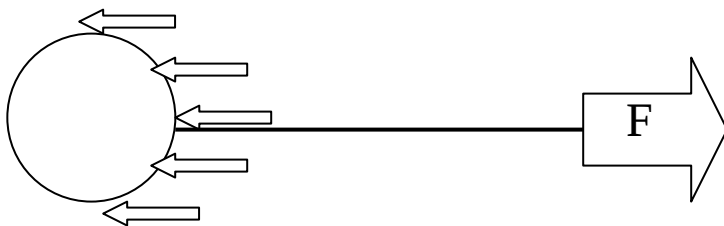
$$P = 2\pi\eta l v_0^2 \quad (1.7)$$

2. FORZE VISCOSI

Si indica con questo nome una forza di resistenza che aumenta con la velocità. Consideriamo, ad esempio, un oggetto che viene trascinato nell'olio. Su questo oggetto agiscono due forze; una è quella meccanica, trasmessa da un filo che tira l'oggetto, l'altra è quella d'attrito esercitata dal fluido, che supponiamo proporzionale alla velocità dell'oggetto. La rappresentiamo come

$$f_{att.} = k v \quad (2.1)$$

dove k è un parametro caratteristico del fluido che ha le dimensioni del $\left[\frac{N s}{m} \right]$



Poiché la forza F applicata rimane costante, mentre la forza di resistenza aumenta, le due si uguagliano quando

$$k v = F \quad (2.2).$$

La velocità in corrispondenza della quale ciò avviene si chiama "di regime":

$$v_R = \frac{F}{k} \quad (2.3).$$

Pertanto la velocità di regime è proporzionale alla forza meccanica applicata. La forza viscosa compie lavoro e il lavoro compiuto nell'unità di tempo è

$$P = F v_R = k v_R^2 \quad (2.4)$$

E' noto che nella meccanica di Newton vi è una proporzionalità tra la forza applicata ad un corpo e la sua accelerazione. Nella fisica di Aristotele, molto più prossima ai fenomeni osservabili, si

ammette una proporzionalità tra la forza applicata e la velocità raggiunta. I due postulati sono conciliabili a condizione che si riconosca nella velocità quella che abbiamo chiamato “di regime”. Le forze di natura viscosa si manifestano in una varietà di situazioni.

3. LA LEGGE DI OHM

La legge di Ohm per i conduttori elettrici si scrive solitamente nella forma:

$$\Delta V = R i \quad (3.1)$$

dove ΔV è la differenza di potenziale tra i capi di un tratto di filo, i è l'intensità della corrente che lo percorre, R la sua resistenza elettrica. Introducendo anche la cosiddetta seconda legge di Ohm, prende la forma

$$\Delta V = \rho \frac{l}{A} i \quad (3.2)$$

La scriveremo in una forma diversa. Intanto, se indichiamo con λ la quantità di carica contenuta nell'unità di lunghezza del filo e con v la velocità con un tale carica scorre, l'intensità di corrente è

$$i = \lambda v \quad (3.3)$$

Inserendo quest' ultima nella (3.2) si ottiene

$$\frac{\Delta V}{l} = \left(\frac{\rho}{A} \right) \lambda v \quad (3.4)$$

o anche

$$\frac{\Delta V}{l} \lambda = \left(\frac{\rho}{A} \right) \lambda^2 v \quad (3.5)$$

L'espressione a sinistra rappresenta la forza agente sulla carica contenuta nell'unità di lunghezza del filo. Pertanto, la legge di Ohm esprime una relazione di proporzionalità tra forza applicata e velocità. Una legge di viscosità..

La potenza emessa per effetto Joule è

$$P = V i = R i^2 = \rho \frac{l}{A} i^2 \quad (3.6)$$

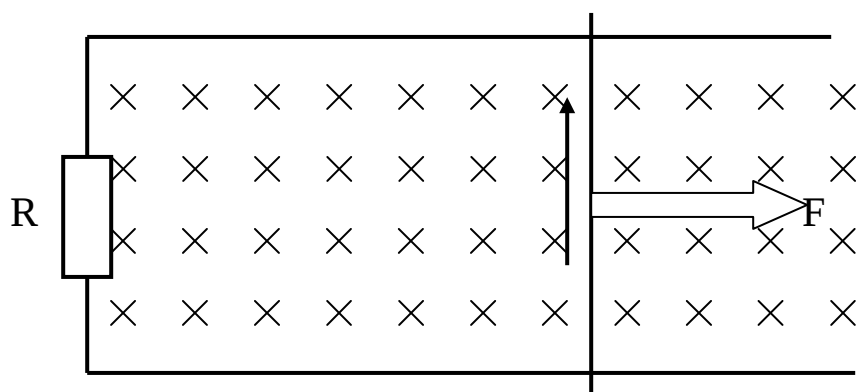
cui possiamo dare la forma

$$\frac{P}{l} = \frac{\rho}{A} \lambda^2 v^2 \quad (3.7)$$

che rappresenta la potenza emessa da un metro di filo. Si osservi che alla stessa avremmo potuto arrivare calcolando il lavoro compiuto nell'unità di tempo dalla forza viscosa, ovvero moltiplicando per la v la (3.5).

4. LA LEGGE DI FARADAY

Un problema classico (e molto importante) è il seguente:



Un filo conduttore sagomato ad U sul quale scorre una sbarretta di lunghezza L , tagliando le linee di un campo magnetico di intensità B normale al piano. Se la velocità è v , l'area spazzata nell'unità di tempo è $L v$ e la variazione del flusso magnetico

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B L v \quad (4.1)$$

Per la legge di Faraday, questa è anche la forza elettromotrice indotta, per cui si produce una corrente di intensità tale che

$$i = \frac{B L}{R} v \quad (4.2)$$

se R è la resistenza del circuito. Per la legge di Lenz tale corrente ha verso antiorario. Ma un filo percorso da corrente all'interno di un campo magnetico è soggetto alla forza

$$F = B i L \quad (4.3)$$

diretta in senso opposto alla velocità. Inserendo in questa l'espressione (4.2) della corrente, si ottiene

$$F = \frac{B^2 L^2}{R} v \quad (4.4)$$

che è una relazione di proporzionalità tra forza applicata e velocità.

L'energia perduta dal sistema nell'unità di tempo è

$$P = F v = \frac{B^2 L^2}{R} v^2 \quad (4.5)$$

che è analoga alle (1.7), (2.4) e (3.6).

Ledo Stefanini
Università di Mantova-Pavia