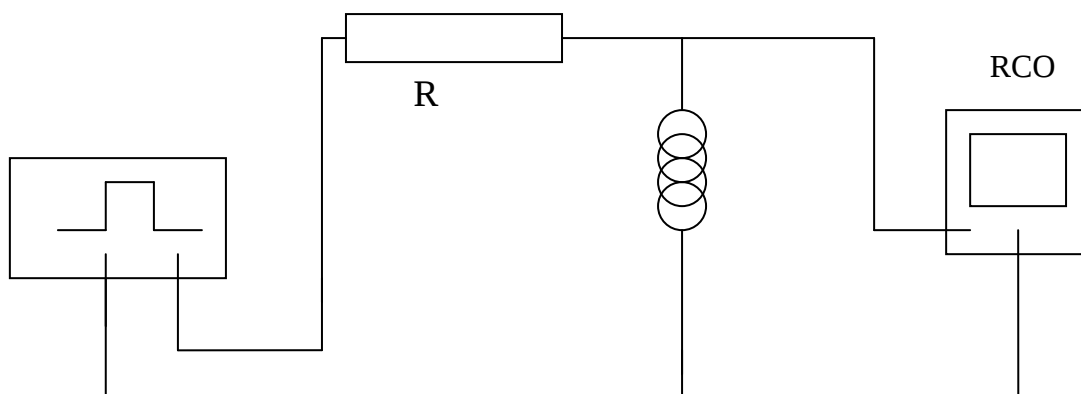


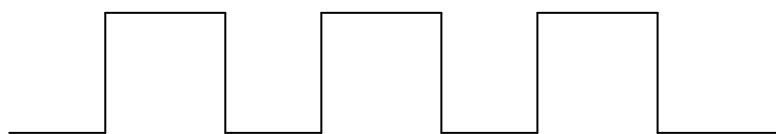
INTRODUZIONE AGLI INDUTTORI

Ledo Stefanini

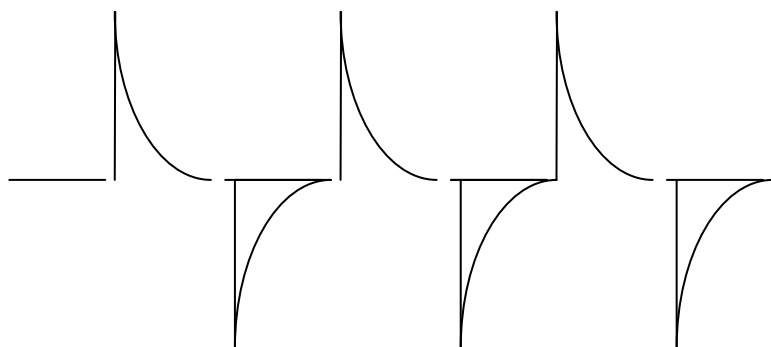
Gli induttori si possono studiare in maniera analoga a quanto abbiamo fatto per i condensatore, solo che, in questo caso, i tempi in gioco sono troppo brevi per poter essere misurati con un tester e un cronometro. Occorre un oscilloscopio a raggi catodici, che consente le misure di tempo e di tensione e, di conseguenza, occorre, al posto della batteria e dell'interruttore un generatore di segnali. Tuttavia, il circuito rimane molto semplice.



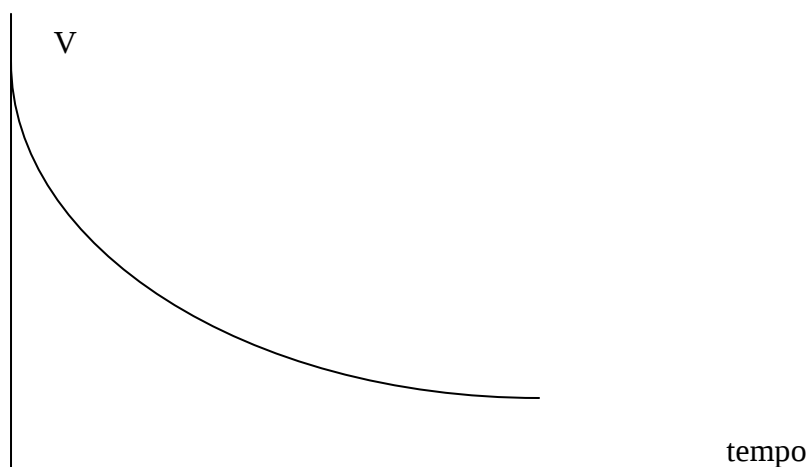
All'oscilloscopio si può osservare la forma d'onda inviata dal generatore e misurarne il periodo.



E' possibile osservare contemporaneamente (se l'oscilloscopio è a doppia traccia) il segnale ai capi dell'induttore.



Il risultato è analogo a quello che si ottiene nella scarica del condensatore: la tensione ai capi dell'induttore diminuisce esponenzialmente nel tempo.



Questo ci autorizza a ipotizzare l'esistenza di una costante di tempo caratteristica τ il cui valore dipenderà sia dall'induttore che dalla resistenza. Se si ripetono le prove con valori diversi di resistenza, si giunge alla conclusione inversa rispetto al caso del condensatore: la costante di tempo è proporzionale alla conduttanza del resistore:

$$\tau \propto \frac{1}{R} = c \quad 1$$

Queste due osservazioni consentono di definire una nuova grandezza che caratterizza l'induttore:

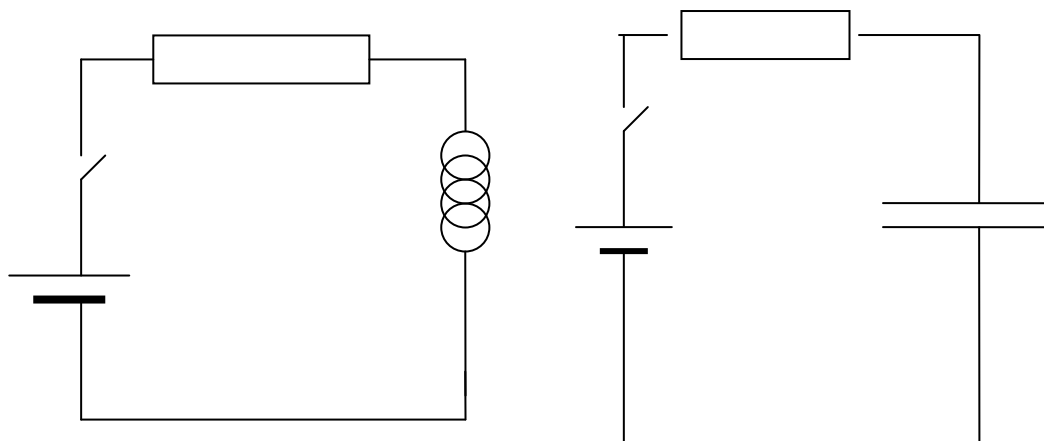
$$\frac{1}{L} \equiv \frac{c}{\tau} \quad 2$$

Questa nuova grandezza si misura in $\frac{Mho}{s}$, analogamente alla capacità che rimisura in $\frac{\Omega}{s}$. In effetti, un condensatore si comporta come un resistore di resistenza crescente nel tempo; un induttore come un resistore di conduttanza crescente nel tempo. Il suo inverso, detto *induttanza*, si misura in $\Omega \times s$. Pertanto,

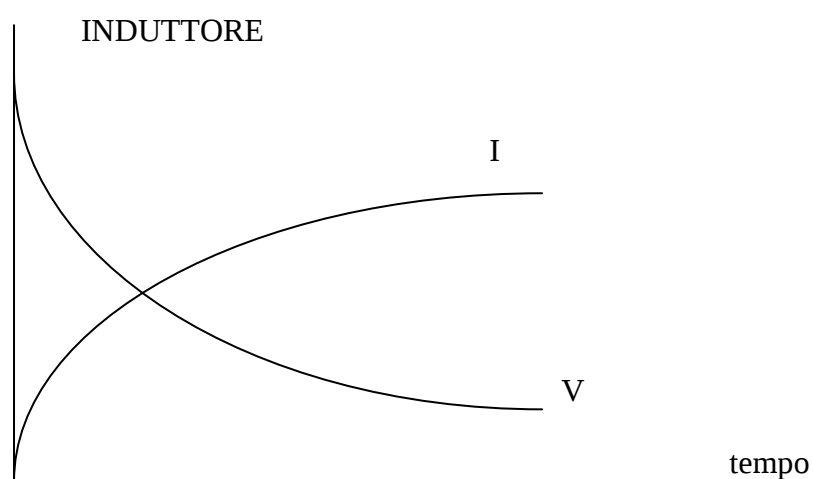
$$H = \Omega \times s \quad 3$$

Queste sono le dimensioni fisiche dell'*Henry*.

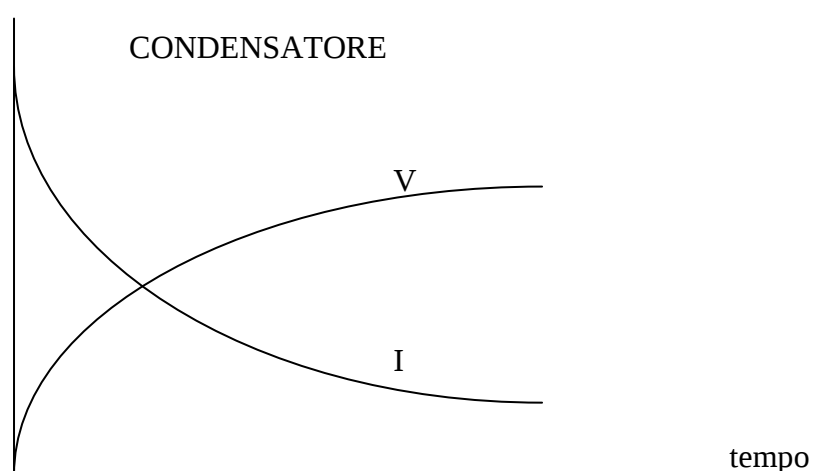
Un induttore e un resistore in serie hanno un comportamento analogo a quello di un condensatore con un resistore in serie.



Nel primo caso, la tensione ai capi dell'induttore e la corrente hanno l'andamento:



nel secondo



Le equazioni che descrivono le due funzioni sono analoghe. Per il condensatore

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \frac{V}{V_0} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad 4$$

per l'induttore

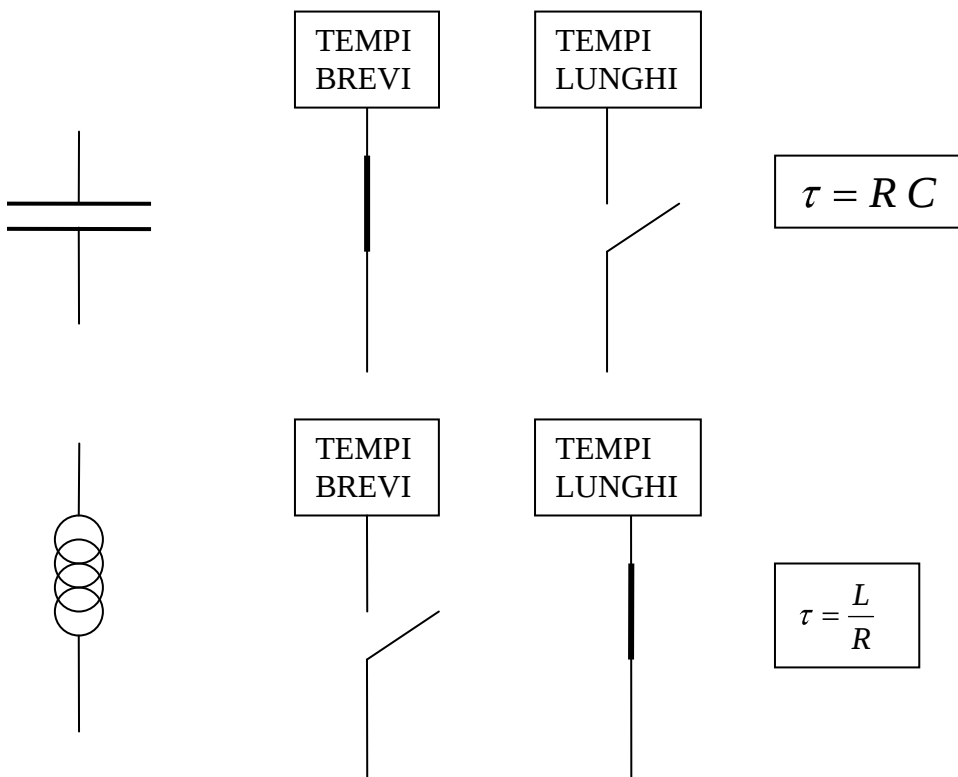
$$\frac{V}{V_0} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \frac{I}{I_0} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad 5$$

Pertanto, l'analoga dell'equazione caratteristica del condensatore, sarà

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad 6$$

l'equazione caratteristica dell'induttore.

Pertanto se il condensatore ai tempi brevi (rispetto alla costante τ) equivale a un interruttore chiuso e ai tempi lunghi ad un interruttore aperto, un induttore equivale ad un interruttore aperto ai tempi brevi, e a un interruttore chiuso ai tempi lunghi.



Ciò che distingue essenzialmente un condensatore e un induttore da un resistore è il fatto che i primi due componenti scambiano energia con il resto del circuito, ma non con l'ambiente. Invece, il resistore è la porta attraverso cui il circuito cede all'ambiente la sua energia.

Abbiamo visto che l'energia contenuta nel condensatore è data da

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{C} Q_0^2 \quad 7$$

L'energia contenuta nell'induttore è

$$E_0 = \frac{1}{2} L I^2 \quad 8$$

Notiamo come le due espressioni dell'energia siano simili all'energia elastica

$$E_{el} = \frac{1}{2} k x^2 \quad 9$$

e all'energia cinetica.

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m v^2 \quad 10$$

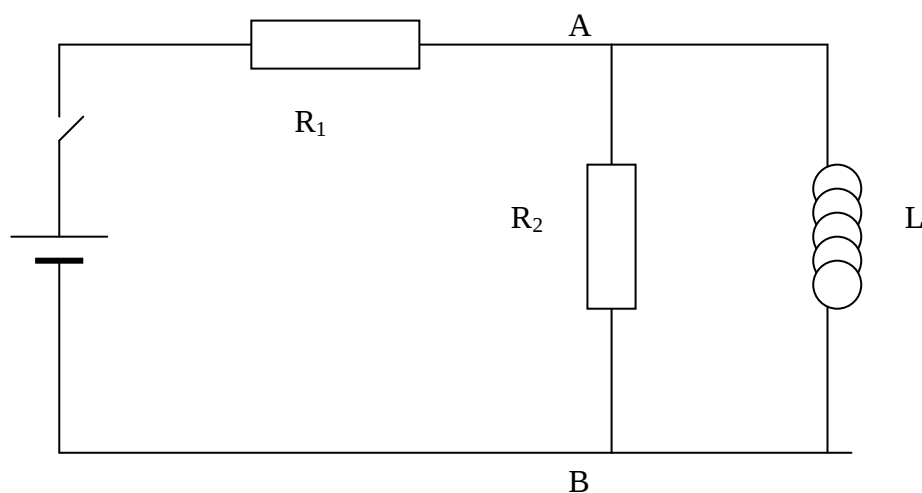
Si vengono quindi a proporre le seguenti analogie:

COSTANTE ELASTICA $\Leftrightarrow$ INVERSO DELLA CAPACITA'

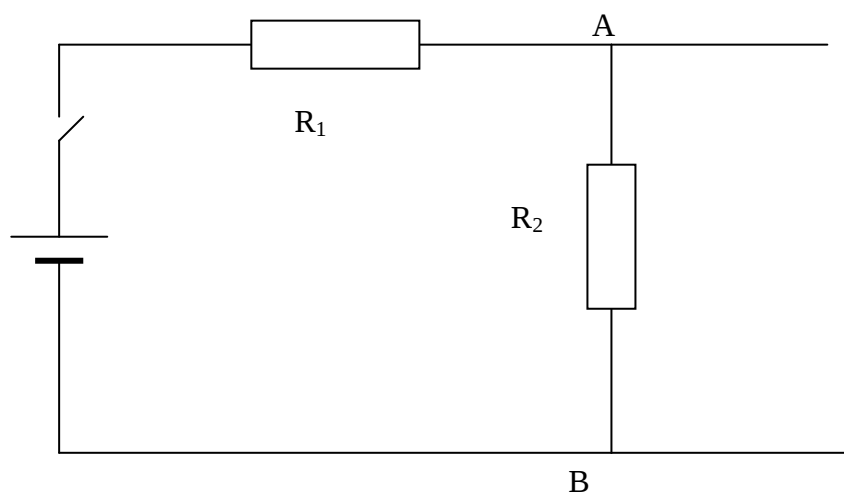
MASSA $\Leftrightarrow$ INDUTTANZA

ANALISI DI UN CIRCUITO

Realizziamo il circuito



Nel momento in cui si chiude l'interruttore il circuito equivale al seguente



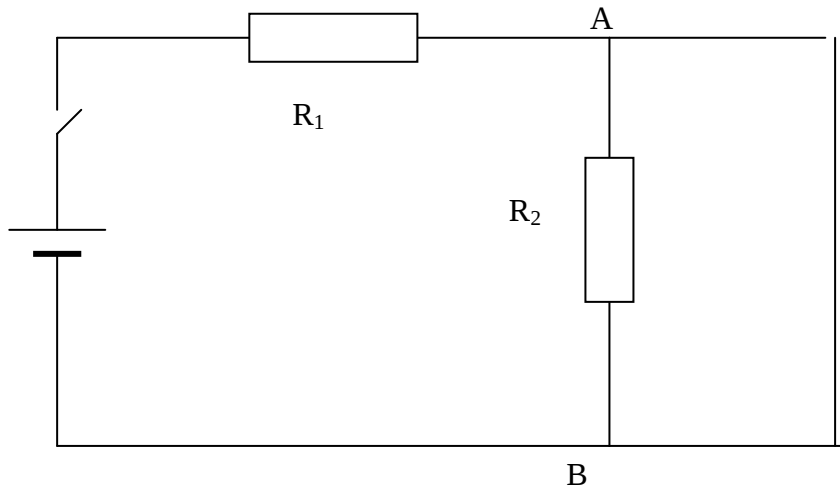
per cui, la corrente è

$$I_0 = \frac{V_0}{R_1 + R_2}$$

e la tensione tra i punti A e B vale

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$

Alla fine, cioè dopo un tempo abbastanza lungo rispetto alla costante di tempo τ , il circuito equivale al seguente:



per cui la tensione tra i punti A e B si annulla e la corrente raggiunge il valore massimo

$$I_\infty = \frac{V_0}{R_1}$$

Quindi, analogamente al condensatore, per l'induttore è legittimo aspettarsi un andamento come

$$V = V_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad I = I_\infty \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

con

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{L} V$$

Pertanto

$$\frac{dI}{dt} = \frac{I_M}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{V_0}{L} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

da cui si ricava

$$\tau = \frac{I_M}{V_0} L = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} L$$

La costante di tempo è uguale a quella che si avrebbe se l'induttore fosse in serie con il parallelo delle due resistenze:

