

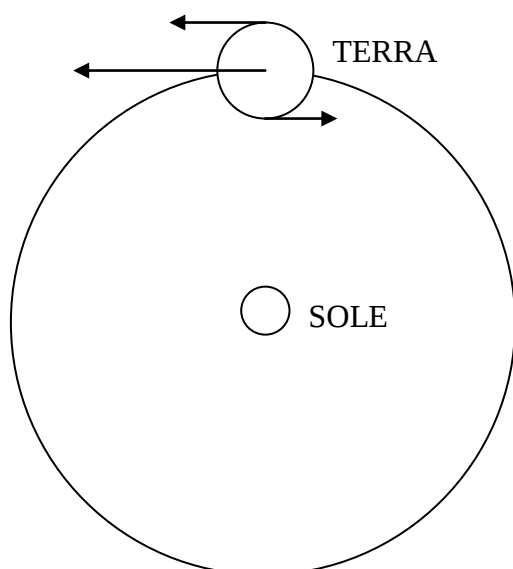
GALILEO, NEWTON E LE MAREE

Ledo Stefanini

Una delle esperienze didattiche più significative per la crescita culturale di uno studente è l'analisi di un'argomentazione sbagliata, tanto più se avanzata da un grande scienziato quale fu Galilei.

Uno dei temi che ha accompagnato quasi tutta la sua vita scientifica è quello delle maree, a cui dedicò la Quarta Giornata del *"Dialogo sopra i due massimi sistemi"*.

L'opera, in origine, fu concepita come un trattato sul fenomeno delle maree; ma nella stesura definitiva, l'argomento fu confinato alla Giornata Quarta. Le maree rappresentavano per Galileo la *prova* del moto della terra, perché da questo moto sarebbe scaturita una spiegazione semplice ed irrefutabile del fenomeno.



L'idea è sostanzialmente la seguente: il moto di un punto della superficie terrestre è il risultato della composizione di due moti: del centro della terra sull'orbita intorno al Sole e della rotazione intorno all'asse. Se prescindiamo dall'inclinazione dell'asse, ogni punto della superficie terrestre descrive una traiettoria di tipo cicloidale.

Se indichiamo con Ω la velocità angolare di rotazione terrestre e con V la velocità della Terra sulla sua orbita, sappiamo che

$$\Omega = 7,3 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{e che} \quad V = 3 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ora, durante la notte, la velocità ΩR dovuta alla rotazione ha lo stesso verso della velocità di rivoluzione V ; durante il giorno, verso opposto. Ne segue che, nel riferimento del Sole, la velocità di ogni punto dell'equatore passa da $V - \Omega R$ a mezzogiorno a $V + \Omega R$ a mezzanotte, con una variazione di $2 \Omega R$ in 12 ore. Si tratta di una variazione

notevole: il suo valore per l'equatore è $930 \frac{m}{s}$ ogni 12 ore. E' in questa accelerazione che Galileo individua la causa delle maree.

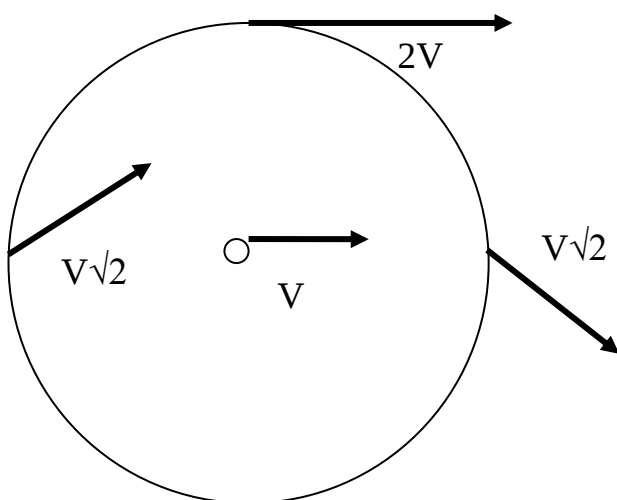
«L'altra sorta di movimento è quando il vaso si muovesse (senza punto inclinarsi) di moto progressivo, non uniforme, ma che cangiasse velocità, con accelerarsi talvolta ed altra volta ritardarsi: dalla qual difformità seguirebbe che l'acqua, contenuta sí nel vaso, ma non fissamente annessa, come l'altre sue parti solide, anzi, per la sua fluidezza, quasi separata e libera e non obbligata a secondar tutte le mutazioni del suo continente, nel ritardarsi il vaso, ella, ritenendo parte dell'impeto già concepito, scorrerebbe verso la parte precedente, dove di necessità verrebbe ad alzarsi; ed all'incontro, quando sopraggiugnesse al vaso nuova velocità, ella, con ritener parte della sua tardità, restando alquanto indietro, prima che abituarsi al nuovo impeto resterebbe verso la parte susseguente, dove alquanto verrebbe ad alzarsi: i quali effetti possiamo più apertamente dichiarare e manifestare al senso con l'esempio di una di queste barche le quali continuamente vengono da Lizzafusina, piene d'acqua dolce per uso della città. Figuriamoci dunque una tal barca venirsene con mediocre velocità per la Laguna, portando placidamente l'acqua della quale ella sia piena, ma che poi, o per dare in secco o per altro impedimento che le sia opposto, venga notabilmente ritardata; non perciò l'acqua contenuta perderà, al pari della barca, l'impeto già concepito, ma, conservandoselo, scorrerà avanti verso la prua, dove notabilmente si alzerà, abbassandosi dalla poppa: ma se, per l'opposito, all'istessa barca nel mezo del suo placido corso verrà con notabile agumento aggiunta nuova velocità, l'acqua contenuta, prima di abituarsene, restando nella sua lentezza, rimarrà indietro, cioè verso la poppa, dove in conseguenza si solleverà, abbassandosi dalla prua». [1]

Questa è l'idea di partenza, a cui segue la descrizione della teoria che Galileo fa esporre a Salviati:

«... Due aviamo detto essere i moti attribuiti al globo terrestre: il primo, annuo, fatto dal suo centro per la circonferenza dell'orbe magno sotto l'ecclittica secondo l'ordine de' segni, cioè da occidente verso oriente; l'altro, fatto dall'istesso globo, rivolgendosi intorno al proprio centro in ventiquattr'ore, e questo parimente da occidente verso oriente, benchè circa un asse alquanto inclinato e non equidistante a quello della conversione annua. Dalla composizione di questi due movimenti, ciascheduno per sè stesso uniforme, dico risultare

un moto difforme nelle parti della Terra: il che, acciò più facilmente s'intenda, dichiarerò facendone la figura... Concludiamo per tanto, che sì come è vero che il moto di tutto il globo e di ciascuna delle sue parti sarebbe equabile ed uniforme quando elle si movessero d'un moto solo, o fusse il semplice annuo o fusse il solo diurno, così è necessario che, mescolandosi tali due moti insieme, ne risultino per le parti di esso globo movimenti difformi, ora accelerati ed ora ritardati mediante gli additamenti o sottrazioni della conversion diurna alla circolazione annua Onde se è vero (come è verissimo, e l'esperienza ne dimostra) che l'accelerazione e ritardamento del moto del vaso faccia correre e ricorrere nella sua lunghezza, alzarsi ed abbassarsi nelle sue estremità, l'acqua da esso contenuta, chi vorrà por difficoltà nel concedere che tale effetto possa, anzi pur debba di necessità accadere all'acque marine, contenute dentro a i vasi loro, soggetti a cotali alterazioni, e massime in quelli che per lunghezza si distendono da ponente verso levante, che è il verso per il quale si fa il movimento di essi vasi? Or questa sia la potissima e primaria causa del flusso e reflusso, senza il quale nulla seguirebbe di tale effetto...». [2]

Per una trattazione didattica, prenderemo la cosa da lontano (apparentemente). Consideriamo una ruota da bicicletta che avanza, senza strisciare, sulla strada.



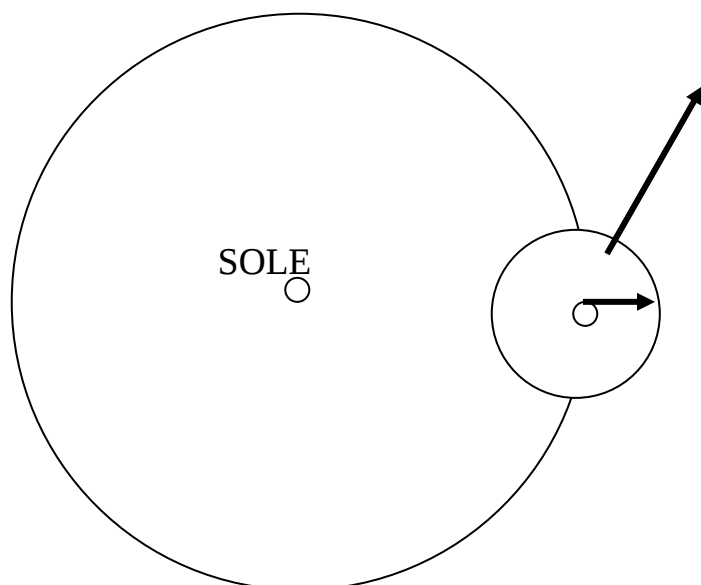
I punti della gomma non hanno, all'istante, la stessa velocità: quello di contatto con il pavimento è fermo; se il mozzo ha velocità V , i punti all'altezza del mozzo hanno velocità $V\sqrt{2}$, ma orientata a 45° . Il punto più alto della ruota ha velocità $2V$, orizzontale. Questo significa che ogni punto della ruota, in un mezzo periodo di rotazione, passa dalla velocità nulla, alla velocità $2V$ (nel sistema di riferimento ancorato al terreno). Nel mezzo periodo successivo ritorna alla quiete. Pertanto, ogni punto della ruota è soggetto continuamente

ad accelerazione. Che questa accelerazione abbia intensità costante e sia sempre diretta verso il mozzo è più difficile da vedere. Ma basta mettersi nel sistema di riferimento solidale col mozzo. In questo ogni punto della ruota descrive una circonferenza con velocità costante (in modulo) e quindi è soggetto ad accelerazione centripeta, cioè diretta verso il centro di rotazione, di valore $\omega^2 R$, se ω indica la velocità angolare ed R il raggio. Il passaggio al sistema di riferimento solidale col terreno (in moto rettilineo uniforme rispetto a quello del mozzo) non porta alcuna conseguenza sull'accelerazione. Quindi, i punti della ruota sono dotati di velocità diverse, ma sono soggetti ad una stessa accelerazione, diretta verso il centro di rotazione.

Naturalmente, la nozione di accelerazione centripeta era ignota a Galileo: egli credeva che l'accelerazione avesse lo stesso verso della velocità.

Proviamo ad applicare la nozione newtoniana di accelerazione centripeta al modello di Galileo.

Assimiliamo quindi la Terra ad una piattaforma rotante il cui asse gira, a sua volta, su una guida circolare.



Ogni punto del bordo sperimenterebbe due forze centrifughe (per unità di massa) costanti $\omega^2 r$ e $\Omega^2 R$ (dove ω ed Ω indicano le due velocità angolari, ed r ed R i raggi delle orbite) che si compongono in modo diverso al passare del tempo. A mezzogiorno, le accelerazioni sarebbero dirette in verso opposto e a mezzanotte nello stesso; per cui, nelle 24 ore, la forza passerebbe da $\omega^2 r + \Omega^2 R$ a $\omega^2 r - \Omega^2 R$ (per unità di massa). Delle due forze la più grande sarebbe quella dovuta alla rotazione terrestre:

$$\omega^2 r = 3,4 \times 10^{-2} \frac{m}{s^2};$$

essendo quella associata al moto di rivoluzione un valore che è circa 1/5 dell'altro:

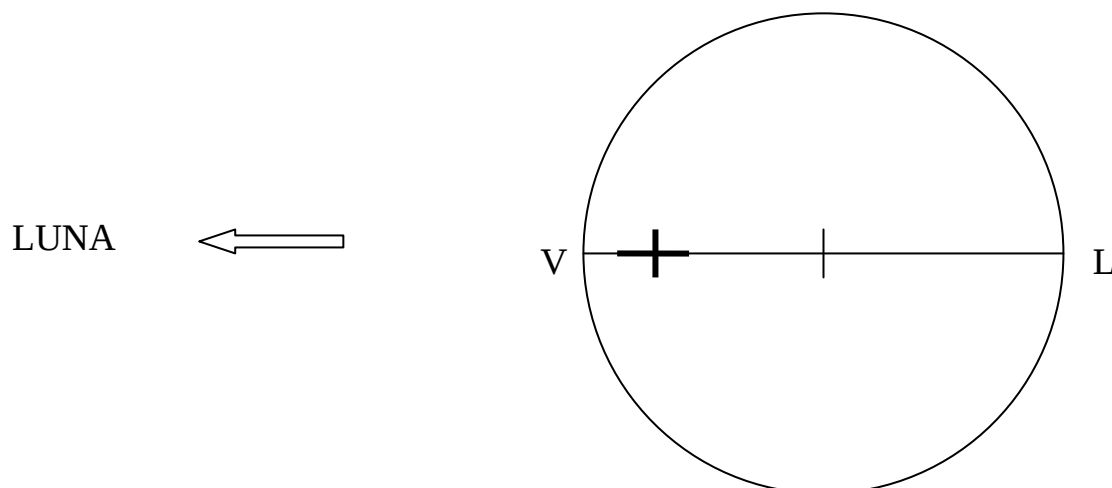
$$\Omega^2 R = 6,0 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}.$$

Se il modello fosse una giostra appoggiata sul pavimento, e sul bordo della piattaforma fosse posto un vaso pieno d'acqua, la superficie del liquido sarebbe sempre inclinata verso il centro della piattaforma, ma l'inclinazione varierebbe nel tempo di una rotazione, da un massimo (a mezzanotte) a un minimo (a mezzogiorno).

Questo spiegherebbe una sola marea al giorno; mentre se ne osservano due.

Purtroppo – per Galileo – la Terra non è assimilabile ad una giostra del tipo descritto, poiché è in caduta libera verso il Sole. Nel sistema di riferimento della Terra non è rivelabile alcuna accelerazione diretta verso il Sole.

L'interpretazione newtoniana del fenomeno delle maree è basata sul concetto di accelerazione centrifuga, ma richiede qualche sottigliezza. Poiché la massa della Terra è 81 volte quella della Luna, il centro di gravità dei due corpi si trova a circa 4600 km dal centro della Terra (circa i $\frac{3}{4}$ del raggio). Quindi la Terra e la Luna sono due corpi che orbitano, con un periodo di 28 giorni, intorno a questo punto.



I punti V dell'equatore terrestre che si trovano vicini al centro di rotazione sperimentano un campo centrifugo

$$g_{cV} = \omega^2 r_V = 2,6 \times 10^{-6} \times 1,8 \times 10^6 \frac{N}{kg} = 1,2 \times 10^{-5} \frac{N}{kg}.$$

I punti dell'equatore che si trovano, dal centro di rotazione, ad una distanza che è circa $\frac{7}{4}$ della precedente, sperimentano un campo centrifugo che è circa $\frac{7}{4}$ del primo:

$$g_{cL} = \omega^2 r_L = 2,1 \times 10^{-5} \frac{N}{kg}.$$

Ciò che un osservatore può rilevare è il cambiamento, nel corso di una giornata da g_{cV} a g_{cL} e ancora a g_{cV} . E questo spiega il fatto che di maree se ne osservano due ogni giorno. Al campo centrifugo, variabile con escursione diurna, se ne aggiunge un altro di diversa origine. Abbiamo detto che la Terra è in caduta libera sia nel campo gravitazionale solare che in quello lunare. In termini newtoniani, la Terra è soggetta sia al campo gravitazionale della Luna che a quello del Sole. Ora, il rapporto dei due campi dipende dalle masse del Sole e della Luna e dalle loro distanze dalla Terra secondo la relazione

$$\frac{g_{\odot}}{g_L} = \frac{M_{\odot}}{M_L} \left(\frac{d_{TL}}{d_{TS}} \right)^2.$$

Sappiamo che

$$\frac{M_{\odot}}{M_L} \cong 3 \times 10^7 \quad \frac{d_{TL}}{d_{TS}} \cong 2 \times 10^{-3}$$

per cui

$$\frac{g_{\odot}}{g_L} \approx 180$$

Quindi il campo gravitazionale del Sole è circa 200 volte il campo gravitazionale lunare. Tuttavia le maree solari sono molto meno intense delle maree lunari.

Come mai, allora, le maree si attribuiscono all'azione della Luna e non a quella del Sole?

[1] Galileo Galilei, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*, a cura di L. Sosio, Einaudi, Torino 1979, pp. 502-503.

[2] Galileo Galilei, op.cit., pp. 504-507.