Equazioni di primo grado

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore
Dipartimento di Matematica e Fisica “Niccolò Tartaglia”
Via dei Musei, 41 – 25121 Brescia (Italy)

Parte I

percorso semplificato

1. Definizioni
2. Soluzioni
3. Equazioni algebriche
4. Equazioni equivalenti
5. Semplificazione
6. Risoluzione
7. Casi particolari
8. La pratica

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*:

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

Spesso è più facile risolvere un'equazione che capire cosa sia.

Una *formula aperta* è una frase contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare una frase affermativa del linguaggio.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

In generale, le variabili sono indicate con delle lettere. In quello che ci servirà, esse saranno sempre *numeri*.

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*.

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

"Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

> "Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

> "Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

che è una frase (vera o falsa, dipenderà dal contesto).

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Ma se *n* non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Ma se *n* non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Pertanto dovremo ricordare di associare sempre ad una formula aperta un opportuno insieme che faccia da dominio delle variabili. Questo sarà molto utile in seguito.

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un'affermazione;

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un'affermazione;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";

Uguaglianze

Una uguaglianza *è una frase nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un'affermazione;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";
- "9973 è un numero primo" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "essere uguale a..." ma è "essere un numero primo".

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro, e 12 è il secondo membro.

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro, e 12 è il secondo membro.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;$-7x + 1$ è il primo membro, e 12 è il secondo membro.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro, e 12 è il secondo membro.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;$-7x + 1$ è il primo membro, e 12 è il secondo membro.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Soluzioni

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Soluzioni

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Un'uguaglianza vera viene spesso detta *identità*. Per esempio, $3 = 3$, $12 = 9 + 3$, $6 \cdot 7 = 42$ sono identità.

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;
- Se "$x + 2 = 0$" è l'equazione, allora -2 *non* è soluzione: infatti, anche se $-2 + 2 = 0$ è un enunciato vero, il numero -2 non è naturale.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Equazioni algebriche

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Equazioni algebriche

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

Esempi

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;
- $x + 1 = 0$ è un'equazione algebrica.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;
- $x^6 + x = 0$ è un'equazione di sesto grado.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.
- Se l'equazione contiene solo polinomi, si dice *algebrica*. Il grado del polinomio, una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, si dice *grado* dell'equazione.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente*.*

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x + 1)^2 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta le soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

sono equivalenti, perché $(x+1)^2$ è uguale a $x^2 + 2x + 1$.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

e

$$x + 2(x + 1) + 6x = 3x + 6x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

e

$$x + 2(x + 1) + 6x = 3x + 6x$$

sono equivalenti, perché abbiamo sommato ad ambo i membri l'espressione $6x$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

Importante: moltiplicando ambo i membri di un'equazione per una *espressione* (cioè una formula contenente la variabile) non si ottiene sempre un'equazione equivalente. Solo moltiplicando per un *numero* (diverso da zero) si trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.
Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.
Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire).

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.
Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.
Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire).

Importante: se si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.
Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire). Quindi le soluzioni sono cambiate.

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Usando di nuovo la prima regola, si riesce a ridurre l'espressione di sinistra a un polinomio ridotto ai minimi termini.

La regola del trasporto

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

La regola del trasporto

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

Abbiamo appena visto che $P_2(x)$ si è spostato da destra a sinistra. Naturalmente, sommando $-P_1(x)$ ad ambo i membri, avremmo potuto spostare $P_1(x)$ da sinistra a destra.

Esempio

Prendiamo l'equazione

$$\underbrace{x+1-(x+3)^2}_{P_1(x)} = \underbrace{-2+(x-3)^2}_{P_2(x)}.$$

Esempio

Prendiamo l'equazione

$$\underbrace{x + 1 - (x+3)^2}_{P_1(x)} = \underbrace{-2 + (x-3)^2}_{P_2(x)}.$$

Aggiungiamo $-P_2(x)$ ad ambo i membri e otteniamo

Esempio

Prendiamo l'equazione

$$\underbrace{x+1-(x+3)^2}_{P_1(x)} = \underbrace{-2+(x-3)^2}_{P_2(x)}.$$

Aggiungiamo $-P_2(x)$ ad ambo i membri e otteniamo

$$x+1-(x+3)^2-[-2+(x-3)^2] = -2+(x-3)^2-[-2+(x-3)^2].$$

Esempio

Prendiamo l'equazione

$$\underbrace{x+1-(x+3)^2}_{P_1(x)} = \underbrace{-2+(x-3)^2}_{P_2(x)}.$$

Aggiungiamo $-P_2(x)$ ad ambo i membri e otteniamo

$$x+1-(x+3)^2-[-2+(x-3)^2] = -2+(x-3)^2-[-2+(x-3)^2].$$

Ora le due espressioni blu e rossa a secondo membro sono uguali, per cui la loro differenza è zero. Quindi restiamo con

Esempio

Prendiamo l'equazione

$$\underbrace{x+1-(x+3)^2}_{P_1(x)} = \underbrace{-2+(x-3)^2}_{P_2(x)}.$$

Aggiungiamo $-P_2(x)$ ad ambo i membri e otteniamo

$$x+1-(x+3)^2-[-2+(x-3)^2] = -2+(x-3)^2-[-2+(x-3)^2].$$

Ora le due espressioni blu e rossa a secondo membro sono uguali, per cui la loro differenza è zero. Quindi restiamo con

$$x+1-(x+3)^2-[-2+(x-3)^2] = 0.$$

che mostra l'applicazione della quarta regola.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).
- Da $\sqrt{x} = 9$ scrivere $x = -\sqrt{9}$. Sbagliatissimo! $\sqrt{\ }$ non è un addendo e nemmeno un fattore, è un'operazione.

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

Vediamo un altro esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

che è la forma ridotta ai minimi termini.

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)
c) Si ottiene così un'equazione senza frazioni e si applica il metodo precedente.

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Usiamo ora la regola del trasporto e troviamo

$$3(x+3)+x+1-6x+4(1-x)=0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.
In definitiva, abbiamo

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).
- Mediante queste regole ogni equazione algebrica assume la forma ridotta ai minimi termini "Polinomio=0", e il grado del polinomio è il grado dell'equazione.

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0$$

dove a e b sono dei numeri razionali (riducendo a un comune denominatore si possono sempre rendere interi e primi fra loro).

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0$$

dove a e b sono dei numeri razionali (riducendo a un comune denominatore si possono sempre rendere interi e primi fra loro).

Esempi:

- L'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0$$

dove a e b sono dei numeri razionali (riducendo a un comune denominatore si possono sempre rendere interi e primi fra loro).

Esempi:

- L'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

ha condotto a

$$-4x + 12 = 0$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0$$

dove a e b sono dei numeri razionali (riducendo a un comune denominatore si possono sempre rendere interi e primi fra loro).

Esempi:

- L'equazione

  $$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

  ha condotto a

  $$-4x + 12 = 0$$

  $(a = -4, b = 12)$

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

ha condotto a

$$-6x+14=0$$

$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0 \quad (a=\frac{2}{3}, b=\frac{9}{4})$

Vediamo finalmente un

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$, *l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*.

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Con la regola 3) moltiplichiamo ambo i membri per $1/a$ (che non è zero perché a non è zero per ipotesi, ed è un numero razionale) e troviamo

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Continuazione della dimostrazione

A questo punto è chiaro che se a x sostituiamo $-b/a$ risulta l'identità

$$-\frac{b}{a} = -\frac{b}{a}.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due diverse* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{6.1}$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due diverse* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{6.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due diverse* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{6.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (6.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due diverse* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{6.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (6.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo ora che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due diverse* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{6.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (6.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Siccome $a \neq 0$, deve essere zero $x_1 - x_2$, perché altrimenti il prodotto di due numeri non nulli non sarebbe zero.

(segue)

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $x_1 - x_2 = 0$.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $x_1 - x_2 = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $x_1 - x_2 = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $x_1 - x_2 = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $x_1 - x_2 = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.
- $-6x + 14 = 0$; (regola del trasporto) $-6x = -14$; (regola 3) $x = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3}$.

La dimostrazione del teorema indica anche come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.
- $-6x + 14 = 0$; (regola del trasporto) $-6x = -14$; (regola 3) $x = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3}$.

Da quanto scritto appare anche chiaro che se si riesce a ricondurre l'equazione alla forma $x =$ qualcosa, dove "qualcosa" è un numero, quel numero sarà la soluzione dell'equazione.

Cosa succede se $a = 0$?

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Teorema

Se nell'equazione $ax + b = 0$ si ha $a = 0$, allora

- *se $b \neq 0$, l'equazione non ammette soluzioni in $\mathbb{Q}$ (e quindi neanche in domini più piccoli);*
- *se $b = 0$, l'equazione ammette per soluzioni tutti i numeri del dominio (ha in generale infinite soluzioni).*

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è stavolta semplice: se $b \neq 0$, l’equazione si riduce a

$$b = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è stavolta semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è stavolta semplice: se $b \neq 0$, l’equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all’equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l’equazione si riduce a

$$0 = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è stavolta semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

che è stavolta un enunciato *vero*, qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi ogni valore di x è soluzione.

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Dunque l'equazione è impossibile.

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Dunque l'equazione è indeterminata: ogni valore del dominio è soluzione.

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).
Spesso si possono trovare scorciatoie utili per risparmiare tempo; quello che conta è non usare regole diverse da quelle che abbiamo illustrato, per non rischiare di aggiungere o perdere soluzioni.

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

per cui la soluzione è 2. ($2 = x$ e $x = 2$ sono equivalenti).

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

per cui la soluzione è 2. ($2 = x$ e $x = 2$ sono equivalenti).

Fine

Parte II

percorso normale

9 Definizioni

10 Soluzioni

11 Equazioni algebriche

12 Semplificazione

13 Risoluzione

14 Casi particolari

15 La pratica

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;
- "Questa frase è falsa" *non* è un enunciato, perché è autocontraddittoria (se fosse vera, sarebbe falsa, e se fosse falsa sarebbe vera).

Enunciati

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;
- "Questa frase è falsa" *non* è un enunciato, perché è autocontradditoria (se fosse vera, sarebbe falsa, e se fosse falsa sarebbe vera).

In ogni caso, siamo interessati solo a proposizioni di tipo *matematico*, per cui non incontreremo più Napoleone...

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*:

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n+2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

In generale, le variabili sono indicate con delle lettere. In quello che ci servirà, esse saranno sempre *numeri*.

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

"Esiste sempre un n maggiore di 10"

non è una formula aperta, e n *non* è una variabile. Infatti non possiamo sostituire un numero ad n ottenendo un enunciato. (In realtà quella frase è un enunciato).

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

"Esiste sempre un n maggiore di 10"

non è una formula aperta, e n *non* è una variabile. Infatti non possiamo sostituire un numero ad n ottenendo un enunciato. (In realtà quella frase è un enunciato).
Per quanto riguarda le equazioni, tuttavia, non incontreremo questo tipo di enunciati.

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*.

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

"Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

"Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

che è un enunciato (vero o falso, dipenderà dal contesto).

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Ma se *n* non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Pertanto dovremo ricordare di associare sempre ad una formula aperta un opportuno insieme che faccia da dominio delle variabili. Questo sarà molto utile in seguito.

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";
- "9973 è un numero primo" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "essere uguale a..." ma è "essere un numero primo".

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";

Ecco la nostra definizione fondamentale:

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione;
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";
- "$x + y = 10$" è un'equazione.

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Questo insieme è determinante per l'equazione, in quanto essa può cambiare radicalmente se questo insieme cambia.

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Questo insieme è determinante per l'equazione, in quanto essa può cambiare radicalmente se questo insieme cambia.

Fra un attimo vedremo degli esempi.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Soluzione di un'equazione

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Soluzione di un'equazione

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Un'uguaglianza vera viene spesso detta *identità*. Per esempio, $3 = 3$, $12 = 9 + 3$, $6 \cdot 7 = 42$ sono identità.

Soluzioni

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

Soluzioni

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;

Soluzioni

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;

Soluzioni

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;
- Se "$x + 2 = 0$" è l'equazione, allora -2 *non* è soluzione: infatti, anche se $-2 + 2 = 0$ è un enunciato vero, il numero -2 non è naturale.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Spesso, quando l'ordine delle variabili è noto, si scrive $(1, 2, 1)$ per indicare questa soluzione.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Spesso, quando l'ordine delle variabili è noto, si scrive $(1, 2, 1)$ per indicare questa soluzione.

Nel seguito, comunque, ci concentreremo solo su equazioni con una sola variabile.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Pertanto, è fondamentale, quando, si assegna un'equazione, assegnare anche il dominio, oppure accordarsi su quale debba essere.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Pertanto, è fondamentale, quando, si assegna un'equazione, assegnare anche il dominio, oppure accordarsi su quale debba essere.

Nel seguito, quando non lo specificheremo esplicitamente, supporremo sempre che il dominio della variabile sia $\mathbb{Q}$, l'insieme dei numeri razionali (anche negativi).

Supponiamo di avere un'equazione.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Chiaramente, se l'equazione non ha soluzioni, l'insieme delle soluzioni sarà l'insieme vuoto $\varnothing$.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Chiaramente, se l'equazione non ha soluzioni, l'insieme delle soluzioni sarà l'insieme vuoto $\varnothing$.

L'insieme delle soluzioni dipende molto dal dominio della variabile. Infatti

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{N}$ ha per soluzione solo 12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{12\}$.

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{N}$ ha per soluzione solo 12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{12\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzioni sia 12 che -12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-12, 12\}$.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.Per esempio, $3 - 3 = 0$ è un'identità, $1/5 - 1/5 = 0$ è un'identità.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.Per esempio, $3 - 3 = 0$ è un'identità, $1/5 - 1/5 = 0$ è un'identità. Quindi, se il dominio è $\mathbb{N}$, l'insieme delle soluzioni sarà $\mathbb{N}$, mentre se il dominio è $\mathbb{Q}$, l'insieme delle soluzioni sarà $\mathbb{Q}$.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Equazioni algebriche

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Equazioni algebriche

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

Siccome avremo solo a che fare con equazioni algebriche, le chiameremo semplicemente "equazioni", ma non dobbiamo dimenticare che esistono equazioni *non* algebriche (le incontreremo l'anno prossimo).

Esempi

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;
- $x + 1 = 0$ è un'equazione algebrica.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;
- $x^6 + x = 0$ è un'equazione di sesto grado.

Riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.

Riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.

Riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.
- Ogni equazione, fissato il dominio della variabile, ha un insieme di soluzioni che può essere anche vuoto o infinito.

Riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.
- Ogni equazione, fissato il dominio della variabile, ha un insieme di soluzioni che può essere anche vuoto o infinito.
- Se l'equazione contiene solo polinomi, si dice *algebrica*. Il grado del polinomio, una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, si dice *grado* dell'equazione.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

sono equivalenti, perché $(x+1)^2$ è uguale a $x^2 + 2x + 1$.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

e

$$x + 2(x + 1) + 6x = 3x + 6x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

e

$$x + 2(x + 1) + 6x = 3x + 6x$$

sono equivalenti, perché abbiamo sommato ad ambo i membri l'espressione $6x$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

Importante: moltiplicando ambo i membri di un'equazione per una *espressione* (cioè una formula contenente la variabile) non si ottiene sempre un'equazione equivalente. Solo moltiplicando per un *numero* (diverso da zero) si trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l’enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l’enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l’insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l’enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l’insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$.

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l’enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l’insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5=5$ dalla prima e $5=5$ dalla seconda.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5=5$ dalla prima e $5=5$ dalla seconda. Se invece sostituiamo 1 a x, troviamo $-3=5$ dalla prima e $-3=5$ dalla seconda, e così via.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5=5$ dalla prima e $5=5$ dalla seconda. Se invece sostituiamo 1 a x, troviamo $-3=5$ dalla prima e $-3=5$ dalla seconda, e così via.

Siccome $(x+2)(x-2)=x^2-4$ *per ogni* x, il numero che si sostituirà ad x non influenzerà l'equazione, perché le due espressioni sono uguali.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere;

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo -1 a x, troviamo $2 = -8$ dalla prima e $6 = -4$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo -1 a x, troviamo $2 = -8$ dalla prima e $6 = -4$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Qui l'idea è che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si sommano ad ambo i membri lo stesso numero. Siccome espressioni uguali danno lo stesso numero, la cosa funziona.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere;

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero. Se infatti si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false, e così via.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero. Se infatti si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute. Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire).

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire).

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire). Quindi l'insieme delle soluzioni è cambiato.

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Usando di nuovo la prima regola, si riesce a ridurre l'espressione di sinistra a un polinomio ridotto ai minimi termini.

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

Abbiamo appena visto che $P_2(x)$ si è spostato da destra a sinistra. Naturalmente, sommando $-P_1(x)$ ad ambo i membri, avremmo potuto spostare $P_1(x)$ da sinistra a destra.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).
- Da $\sqrt{x} = 9$ scrivere $x = -\sqrt{9}$. Sbagliatissimo! $\sqrt{\ }$ non è un addendo e nemmeno un fattore, è un'operazione.

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

che è la forma ridotta ai minimi termini.

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)
c) Si ottiene così un'equazione senza frazioni e si applica il metodo precedente.

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3) + \frac{x+1}{6} = x - \frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6} = \frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6 \cdot \frac{3(x+3)+(x+1)}{6} = 6 \cdot \frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Usiamo ora la regola del trasporto e troviamo

$$3(x+3)+x+1-6x+4(1-x)=0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.
In definitiva, abbiamo

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
    1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
    2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
    3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
    1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
    2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
    3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).

Secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).
- Mediante queste regole ogni equazione algebrica assume la forma ridotta ai minimi termini "Polinomio=0", e il grado del polinomio è il grado dell'equazione.

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione
$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione

  $$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

  ha condotto a

  $$-4x + 12 = 0$$

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione
$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$
ha condotto a
$$-4x + 12 = 0$$
$(a = -4, b = 12)$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

ha condotto a

$$-6x+14=0$$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0$

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0 \quad (a=\frac{2}{3}, b=\frac{9}{4})$

Vediamo finalmente un

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*.

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$, *l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$, l'equazione di primo grado $ax + b = 0$ con dominio $\mathbb{Q}$ ammette una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Con la regola 3) moltiplichiamo ambo i membri per $1/a$ (che non è zero perché a non è zero per ipotesi, ed è un numero razionale) e troviamo

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Continuazione della dimostrazione

A questo punto è chiaro che se a x sostituiamo $-b/a$ risulta l'identità

$$-\frac{b}{a} = -\frac{b}{a}.$$

Continuazione della dimostrazione

A questo punto è chiaro che se a x sostituiamo $-b/a$ risulta l'identità

$$-\frac{b}{a} = -\frac{b}{a}.$$

Sospendiamo la dimostrazione per alcune considerazioni.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.
- $-6x + 14 = 0$; (regola del trasporto) $-6x = -14$; (regola 3) $x = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3}$.

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x+4=0$; (regola del trasporto) $3x=-4$; (regola 3) $x=-\frac{4}{3}$.
- $3x=0$; (regola 3) $x=\frac{0}{3}=0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x+12=0$; (regola del trasporto) $-4x=-12$; (regola 3) $x=\frac{-12}{-4}=3$.
- $-6x+14=0$; (regola del trasporto) $-6x=-14$; (regola 3) $x=\frac{-14}{-6}=\frac{7}{3}$.

Da quanto scritto appare anche chiaro che se si riesce a ricondurre l'equazione alla forma $x=$ qualcosa, dove "qualcosa" è un numero, quel numero sarà la soluzione dell'equazione.

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{13.1}$$

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{13.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{13.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (13.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{13.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (13.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Unicità della soluzione

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{13.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (13.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Siccome $a \neq 0$, deve essere zero $x_1 - x_2$, perché altrimenti il prodotto di due numeri non nulli non sarebbe zero.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.
Sappiamo da prima che se il dominio è diverso, la soluzione potrebbe non esistere.

Unicità della soluzione

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.
Sappiamo da prima che se il dominio è diverso, la soluzione potrebbe non esistere.
Spesso si ragiona allora così: si risolve l'equazione in $\mathbb{Q}$, e se la "soluzione" trovata non è nel dominio, allora è chiaro, dall'unicità, che l'equazione non può avere soluzioni.

Cosa succede se $a = 0$?

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Teorema

Se nell'equazione $ax + b = 0$ si ha $a = 0$, allora

- *se $b \neq 0$, l'equazione non ammette soluzioni in $\mathbb{Q}$ (e quindi neanche in domini più piccoli);*
- *se $b = 0$, l'equazione ammette per soluzioni tutti i numeri del dominio (ha in generale infinite soluzioni).*

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l’equazione si riduce a

$$b = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l’equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all’equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

che è stavolta un enunciato *vero*, qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi ogni valore di x è soluzione.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).

La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.

Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

che è stavolta un enunciato *vero*, qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi ogni valore di x è soluzione.

Se il dominio è un insieme infinito, come $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ o $\mathbb{Q}$, allora le soluzioni sono infinite.

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Dunque l'equazione è impossibile.

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Dunque l'equazione è indeterminata: ogni valore del dominio è soluzione.

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).
Spesso si possono trovare scorciatoie utili per risparmiare tempo; quello che conta è non usare regole diverse da quelle che abbiamo illustrato, per non rischiare di aggiungere o perdere soluzioni.

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

per cui la soluzione è 2. ($2 = x$ e $x = 2$ sono equivalenti).

Fine

Parte III

percorso approfondito

16 Definizioni

17 Soluzioni

18 Equazioni algebriche

19 Semplificazione

20 Risoluzione

21 Casi particolari

22 Applicazioni

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;
- "Questa frase è falsa" *non* è un enunciato, perché è autocontraddittoria (se fosse vera, sarebbe falsa, e se fosse falsa sarebbe vera).

Abbiamo già visto che cos'è un *enunciato*; ripassiamolo:

Definizione di enunciato

Un enunciato è una proposizione affermativa del linguaggio che può solo essere vera o falsa.

Esempi

- "$2 + 2 = 4$" è un enunciato;
- "Parigi è la capitale d'Italia" è un enunciato;
- "Quanti anni hai?" *non* è un enunciato;
- "Napoleone è stato un grande statista" potrebbe essere un enunciato se tutti fossero d'accordo che è vero o falso;
- "Questa frase è falsa" *non* è un enunciato, perché è autocontraddittoria (se fosse vera, sarebbe falsa, e se fosse falsa sarebbe vera).

In ogni caso, siamo interessati solo a proposizioni di tipo *matematico*, per cui non incontreremo più Napoleone...

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*:

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

Formule aperte

Una *formula aperta* è qualcosa di simile a un enunciato; di fatto è uno dei più importanti concetti della Logica.

In pratica, una formula aperta è un enunciato contenente delle *variabili*: ogni volta che alle variabili viene dato un *valore*, ossia, come si dice, che sono *specificate*, la formula aperta deve diventare un enunciato.

Esempi

- "Ti ho incontrata all'ora x" è una formula aperta;
- "$n + 2$ è un numero pari;" è una formula aperta;
- "x è maggiore di $\sqrt{x}$" è una formula aperta;
- "Quanti sono gli n compresi tra 0 e 1?" *non* è una formula aperta perché non è un'affermazione;

In generale, le variabili sono indicate con delle lettere. In quello che ci servirà, esse saranno sempre *numeri*.

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

"Esiste sempre un *n* maggiore di 10"

non è una formula aperta, e *n* *non* è una variabile. Infatti non possiamo sostituire un numero ad *n* ottenendo un enunciato. (In realtà quella frase è un enunciato).

Bisogna però stare attenti: alcune proposizioni contenenti delle lettere *non* sono formule aperte. Per esempio

"Esiste sempre un n maggiore di 10"

non è una formula aperta, e n *non* è una variabile. Infatti non possiamo sostituire un numero ad n ottenendo un enunciato. (In realtà quella frase è un enunciato).
Per quanto riguarda le equazioni, tuttavia, non incontreremo questo tipo di enunciati.

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*.

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

"Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

"Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Variabili

Un concetto estremamente importante è il *dominio delle variabili*. Con questo si intende l'insieme nel quale si possono "pescare" le variabili. Esso può stravolgere il senso di una formula aperta, e anche farla cessare di esistere. Guardate:

> "Se si riprova n volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Qui n è evidentemente un numero intero positivo. Se per esempio $n = 3$, la formula diviene

> "Se si riprova 3 volte l'esperimento, il risultato non cambia."

che è un enunciato (vero o falso, dipenderà dal contesto).

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Ma se n non è intero positivo, la frase perde senso:

"Se si riprova $-4/3$ volte l'esperimento, il risultato non cambia."

e quindi la frase iniziale non era più una formula aperta.

Pertanto dovremo ricordare di associare sempre ad una formula aperta un opportuno insieme che faccia da dominio delle variabili. Questo sarà molto utile in seguito.

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";

Definizione di uguaglianza

Una uguaglianza *è un enunciato nel quale il predicato è un'uguaglianza.*

Esempi:

- "$2000 + 9 = 2009$" è un'uguaglianza;
- "I miei occhi sono uguali ai tuoi" è un'uguaglianza;
- "Secondo te, 7 è uguale a 3+4?" *non* è un'uguaglianza, perché non è un enunciato;
- "10 è maggiore di 4" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è maggiore di...";
- "9973 è un numero primo" *non* è un'uguaglianza, perché il predicato non è "essere uguale a..." ma è "essere un numero primo".

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro e 12 è il secondo.

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro e 12 è il secondo.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro e 12 è il secondo.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro e 12 è il secondo.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";

Definizione di equazione

Un'*equazione* è una formula aperta con una o più variabili *numeriche* nella quale il predicato è un'uguaglianza. Le parti rispettivamente a sinistra e destra del segno di uguaglianza si dicono *membri* (primo e secondo, oppure "di sinistra" e "di destra").

Esempi:

- "$-7x + 1 = 12$" è un'equazione; $-7x + 1$ è il primo membro e 12 è il secondo.
- "x è uguale a un cammello " *non* è un' equazione, perché la variabile non è numerica;
- "Secondo te, x è divisibile per 7?" *non* è un'equazione, perché non è una formula aperta (non è affermativa ma interrogativa);
- "x è minore di 4" *non* è un'equazione, perché il predicato non è "è uguale a..." ma è "è minore di...";
- "$x + y = 10$" è un'equazione.

Approfondimento storico

Nell'Antichità e fino al Seicento non si usava la notazione algebrica per le equazioni. L'incognita era chiamata "cosa" (*res* in latino). Il matematico bresciano Niccolò Fontana detto Tartaglia enuncia così l'equazione $x^3 + px = q$ in latino

$$\underbrace{\text{Numerus}}_{q}\quad\underbrace{\text{æqualis}}_{=}\quad\underbrace{\text{cubo}}_{x^3}\underbrace{\text{et}}_{+}\underbrace{\text{rebus}}_{px}.$$

e così in italiano del Cinquecento comincia la formula risolutiva della stessa equazione:

$$\text{Quando che }\underbrace{\text{il cubo}}_{x^3}\underbrace{\text{con}}_{+}\underbrace{\text{le cose}}_{px}\text{ appresso }\underbrace{\text{s'eguaglia a}}_{=}\text{ qualche }\underbrace{\text{numero}}_{q}\text{ dato...}$$

Dominio di un'equazione

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Dominio di un'equazione

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Questo insieme è determinante per l'equazione, in quanto essa può cambiare radicalmente se questo insieme cambia.

Dominio di un'equazione

Abbiamo detto che una formula aperta richiede un *dominio* delle variabili.

Questo insieme è determinante per l'equazione, in quanto essa può cambiare radicalmente se questo insieme cambia.

Fra un attimo vedremo degli esempi.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Definizione di soluzione

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Supponiamo di avere un'equazione, e di avere assegnato il dominio delle sue variabili.
Supponiamo anche, per semplicità, di avere un'equazione con *una sola* variabile.

Definizione di soluzione

Una soluzione *di un'equazione (in una variabile) è un numero* appartenente al dominio della variabile *tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza vera.*

Un'uguaglianza vera viene spesso detta *identità*. Per esempio, $3 = 3$, $12 = 9 + 3$, $6 \cdot 7 = 42$ sono identità.

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;

Esempi

In tutti questi esempi prendiamo $\mathbb{N}$, l'insieme dei numeri naturali, come dominio della variabile x.

- Se "$x = 8$" è l'equazione, allora 8 è una soluzione, perché 8 è naturale e "8=8" è un enunciato vero;
- Se "$x^2 = 144$" è l'equazione, allora 12 è una soluzione, perché 12 è naturale e $12^2 = 144$ è un enunciato vero;
- Se "$x + 2 = 0$" è l'equazione, allora -2 *non* è soluzione: infatti, anche se $-2 + 2 = 0$ è un enunciato vero, il numero -2 non è naturale.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Spesso, quando l'ordine delle variabili è noto, si scrive $(1, 2, 1)$ per indicare questa soluzione.

Se in un'equazione vi sono più variabili, si dice *soluzione* ogni gruppo di numeri da assegnare separatamente a ciascuna variabile per rendere l'enunciato un'identità. Per esempio, se le variabili sono tre (x, y, z) e l'equazione è

$$2x + 3y - z = 7$$

allora una soluzione in $\mathbb{N}$ è $x = 1, y = 2, z = 1$: infatti assegnando 1 alla x, 2 alla y e 1 alla z si ottiene

$$2 + 6 - 1 = 7$$

che è un'identità.

Spesso, quando l'ordine delle variabili è noto, si scrive $(1, 2, 1)$ per indicare questa soluzione.

Nel seguito, comunque, ci concentreremo solo su equazioni con una sola variabile.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Pertanto, è fondamentale, quando, si assegna un'equazione, assegnare anche il dominio, oppure accordarsi su quale debba essere.

Il dominio può cambiare drasticamente le soluzioni di un'equazione.

Abbiamo già visto che l'equazione

$$x + 2 = 0$$

non ha soluzioni se il dominio è $\mathbb{N}$.
Però, se il dominio è $\mathbb{Z}$, l'insieme degli interi (anche negativi), oppure $\mathbb{Q}$, i numeri razionali, allora -2 è una soluzione.

Pertanto, è fondamentale, quando, si assegna un'equazione, assegnare anche il dominio, oppure accordarsi su quale debba essere.

Nel seguito, quando non lo specificheremo esplicitamente, supporremo sempre che il dominio della variabile sia $\mathbb{Q}$, l'insieme dei numeri razionali (anche negativi).

Supponiamo di avere un'equazione.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Chiaramente, se l'equazione non ha soluzioni, l'insieme delle soluzioni sarà l'insieme vuoto $\varnothing$.

Supponiamo di avere un'equazione.

L'insieme di *tutte* le soluzioni dell'equazione si chiama *insieme delle soluzioni* dell'equazione.

Chiaramente, se l'equazione non ha soluzioni, l'insieme delle soluzioni sarà l'insieme vuoto $\varnothing$.

L'insieme delle soluzioni dipende molto dal dominio della variabile. Infatti

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{N}$ ha per soluzione solo 12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{12\}$.

Esempi:

- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{N}$ non ha soluzioni perché, se x è positivo o nullo, $x + 2$ è maggiore di x, e non potrà mai essere uguale a zero; quindi l'insieme delle soluzioni è vuoto;
- L'equazione $x + 2 = 0$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzione -2, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-2\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{N}$ ha per soluzione solo 12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{12\}$.
- L'equazione $x^2 = 144$ in $\mathbb{Z}$ ha per soluzioni sia 12 che -12, per cui l'insieme delle soluzioni è l'insieme $\{-12, 12\}$.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.Per esempio, $3 - 3 = 0$ è un'identità, $1/5 - 1/5 = 0$ è un'identità.

Esempi:

- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Z}$ non ha soluzioni. Infatti $2x$ è sempre pari, e siccome 3 è dispari, $2x - 3$ è sempre dispari, dunque non potrà mai essere zero (che è pari).
- L'equazione $2x - 3 = 0$ in $\mathbb{Q}$ ha per soluzione $3/2$. Infatti $2 \cdot (3/2) - 3 = 0$ è un'identità. Scopriremo che non vi sono altre soluzioni, per cui l'insieme delle soluzioni è $\{3/2\}$.
- La (strana) equazione $x - x = 0$ ammette *infinite* soluzioni. Infatti *ogni* numero, sottratto a se stesso dà zero.Per esempio, $3 - 3 = 0$ è un'identità, $1/5 - 1/5 = 0$ è un'identità. Quindi, se il dominio è $\mathbb{N}$, l'insieme delle soluzioni sarà $\mathbb{N}$, mentre se il dominio è $\mathbb{Q}$, l'insieme delle soluzioni sarà $\mathbb{Q}$.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Definizione di equazione algebrica

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

La formula aperta che costituisce l'equazione può essere molto complicata.

Per semplificare lo studio, considereremo per ora solo equazioni che contengono solo *polinomi* (in una variabile, come abbiamo già detto).

Definizione di equazione algebrica

Un'equazione in una variabile che contenga solo polinomi *si dice* equazione algebrica*.*

Siccome avremo solo a che fare con equazioni algebriche, le chiameremo semplicemente "equazioni", ma non dobbiamo dimenticare che esistono equazioni *non* algebriche (le incontreremo l'anno prossimo).

Esempi

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;

Esempi

- $2x(x+1) - \frac{3}{4}(x-2) + x^3 = 6x + 42$ è un'equazione algebrica, perché contiene solo polinomi;
- $\sqrt{x+2} = 1$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene la variabile sotto radice, e quindi non è un polinomio;
- $\dfrac{x+1}{x-1} = 33$ *non* è un'equazione algebrica, perché contiene una *frazione* algebrica, che non è un polinomio;
- $x + 1 = 0$ è un'equazione algebrica.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;

Una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, con le procedure che vedremo, un'equazione algebrica si potrà sempre scrivere nella forma

$$P[x] = 0$$

dove $P[x]$ indica un polinomio ridotto ai minimi termini.

Grado di un'equazione algebrica

Il grado *di un'equazione algebrica è il grado del polinomio che si ottiene dopo che essa è stata ridotta ai minimi termini.*

Esempi

- $2x + 4 = 0$ è un'equazione di primo grado;
- $x^2 - x + 6 = 0$ è un'equazione di secondo grado;
- $x^6 + x = 0$ è un'equazione di sesto grado.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.
- Ogni equazione, fissato il dominio della variabile, ha un insieme di soluzioni che può essere anche vuoto o infinito.

Un primo riassunto

Riassunto

- Un'*equazione in una variabile* è una formula aperta, in forma di uguaglianza, nella quale la variabile è un numero appartenente a un insieme numerico detto *dominio*.
- Una *soluzione* dell'equazione è un numero del dominio tale che, se sostituito alla variabile, rende la corrispondente uguaglianza un'identità, cioè un enunciato vero.
- Ogni equazione, fissato il dominio della variabile, ha un insieme di soluzioni che può essere anche vuoto o infinito.
- Se l'equazione contiene solo polinomi, si dice *algebrica*. Il grado del polinomio, una volta ridotta l'equazione ai minimi termini, si dice *grado* dell'equazione.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

Equazioni equivalenti

Ogni operazione che non muta l'insieme delle soluzioni di una equazione trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Quali sono queste operazioni? Ne vediamo tre:

1) Sostituire le espressioni nelle equazioni con espressioni uguali.

Primo esempio

Le equazioni

$$x + (x+1)^2 = 1$$

e

$$x + x^2 + 2x + 1 = 1$$

sono equivalenti, perché $(x+1)^2$ è uguale a $x^2 + 2x + 1$.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x + 1) = 3x$$

e

$$x + 2(x + 1) + 6x = 3x + 6x$$

2) Aggiungere una stessa espressione ad entrambi i membri.

Secondo esempio

Le equazioni

$$x + 2(x+1) = 3x$$

e

$$x + 2(x+1) + 6x = 3x + 6x$$

sono equivalenti, perché abbiamo sommato ad ambo i membri l'espressione $6x$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

3) Moltiplicare entrambi i membri per uno stesso *numero* diverso da zero.

Terzo esempio

Le equazioni

$$2x + 4 = 6$$

e

$$\frac{1}{2}(2x + 4) = \frac{1}{2} \cdot 6$$

sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato ambo i membri per lo stesso numero $1/2$.

Importante: moltiplicando ambo i membri di un'equazione per una *espressione* (cioè una formula contenente la variabile) non si ottiene sempre un'equazione equivalente. Solo moltiplicando per un *numero* (diverso da zero) si trasforma l'equazione in una equazione equivalente.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Perché queste tre operazioni “funzionano”?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l’enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l’insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2) = 5$ e $x^2 - 4 = 5$ sono equivalenti, perché
$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5=5$ dalla prima e $5=5$ dalla seconda.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2)=5$ e $x^2-4=5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2)=x^2-4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5=5$ dalla prima e $5=5$ dalla seconda. Se invece sostituiamo 1 a x, troviamo $-3=5$ dalla prima e $-3=5$ dalla seconda.

Perché queste tre operazioni "funzionano"?

Perché *qualsiasi sia* il valore che sostituiamo alla variabile, l'enunciato che otterremo alla fine *non cambia il suo valore di verità*.
Quindi, se il numero sostituito era una soluzione, resterà una soluzione, e se non lo era, non diventerà una soluzione. Quindi l'insieme delle soluzioni non cambia.

Esempio della regola 1):

$(x+2)(x-2) = 5$ e $x^2 - 4 = 5$ sono equivalenti, perché $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$. Se sostituiamo 3 a x, otteniamo $5 = 5$ dalla prima e $5 = 5$ dalla seconda. Se invece sostituiamo 1 a x, troviamo $-3 = 5$ dalla prima e $-3 = 5$ dalla seconda.

Siccome $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$ *per ogni* x, il numero che si sostituirà ad x non influenzerà l'equazione, perché le due espressioni sono uguali.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere;

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo -1 a x, troviamo $2 = -8$ dalla prima e $6 = -4$ dalla seconda, entrambe false.

Esempio della regola 2):

$3x + 5 = 8x$ e $3x + 5 - 2x = 8x - 2x$ sono equivalenti, perché abbiamo sommato $-2x$ ad ambo i membri. Se sostituiamo 1 a x, troviamo $8 = 8$ dalla prima e $6 = 6$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo -1 a x, troviamo $2 = -8$ dalla prima e $6 = -4$ dalla seconda, entrambe false.

Qui l'idea è che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si sommano ad ambo i membri lo stesso numero. Siccome espressioni uguali danno lo stesso numero, la cosa funziona.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere;

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero. Se infatti si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute.

Esempio della regola 3):

$2x - 6 = 3x$ e $x - 3 = \frac{3}{2}x$ sono equivalenti, perché abbiamo moltiplicato per $1/2$ ambo i membri. Se sostituiamo -6 a x, troviamo $-18 = -18$ dalla prima e $-9 = -9$ dalla seconda, entrambe vere; se sostituiamo 0 a x, troviamo $-6 = 0$ dalla prima e $-3 = 0$ dalla seconda, entrambe false.

Qui l'idea è invece che se si ha un'uguaglianza, vera o falsa che sia, essa resta vera o falsa se si moltiplicano ambo i membri per lo stesso numero, diverso da zero. Se infatti si moltiplicano per zero i membri di una uguaglianza falsa, come $5 = 7$, essa si trasforma nell'uguaglianza *vera* $0 = 0$, e quindi si rischia di introdurre delle soluzioni non volute. Pertanto *non* si può moltiplicare per un'espressione, perché potrebbe darsi che questa diventi zero per certi valori dell'incognita.

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire).

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire).

Non moltiplicare per espressioni dipendenti da x!

L'equazione $x + 1 = 3$ ha per soluzione il numero 2, mentre 0 non è soluzione (basta sostituire). Se moltiplichiamo ambo i membri per x, troviamo l'equazione

$$x^2 + x = 3x.$$

Questa equazione ha per soluzioni i numeri 2 e 0 (basta sostituire). Quindi l'insieme delle soluzioni è cambiato.

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Riduzione ai minimi termini

Le tre operazioni introdotte, eseguite in sequenza, permettono di ridurre ogni equazione algebrica ai minimi termini.
Per far questo bastano in realtà le prime due regole:
Se l'equazione si presenta nella forma

$$P_1(x) = P_2(x)$$

dove P_1 e P_2 sono espressioni contenenti polinomi, sommando $-P_2(x)$ ad entrambi i membri otteniamo

$$P_1(x) - P_2(x) = P_2(x) - P_2(x).$$

Siccome $P_2(x) - P_2(x) = 0$, usando la prima regola si trova

$$P_1(x) - P_2(x) = 0.$$

Usando di nuovo la prima regola, si riesce a ridurre l'espressione di sinistra a un polinomio ridotto ai minimi termini.

La quarta regola

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La quarta regola

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

La quarta regola

Il risultato dell'applicazione della regola 2) è una quarta "regola":

La regola del trasporto

In un'equazione è possibile trasportare un qualsiasi addendo dall'altra parte del segno di uguaglianza, cambiandone il segno, senza cambiare le soluzioni dell'equazione.

Abbiamo appena visto che $P_2(x)$ si è spostato da destra a sinistra. Naturalmente, sommando $-P_1(x)$ ad ambo i membri, avremmo potuto spostare $P_1(x)$ da sinistra a destra.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).

Un'osservazione importante è che cio' che si sposta deve essere un *addendo*. Nei seguenti esempi troviamo degli errori da non fare.

Errori!

- Da $6x = 1$ dedurre $x = 1 - 6$. Sbagliato! 6 non è un addendo, è un fattore.
- Da $x^2 = 1$ scrivere $x \cdot x = 1$ (questo è giusto) e poi $x = 1 - x$ (sbagliato, x è un fattore).
- Da $\sqrt{x} = 9$ scrivere $x = -\sqrt{9}$. Sbagliatissimo! $\sqrt{\ }$ non è un addendo e nemmeno un fattore, è un'operazione.

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Allora (regola 2))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 3(x - 5) - 3(x - 5)$$

e quindi (regola 1))

$$x + 3 - 2(x + 3) - 3(x - 5) = 0.$$

Eseguendo tutti i passaggi risulta (regola 1))

$$x + 3 - 2x - 6 - 3x + 15 = 0$$

cioè (ancora regola 1))

$$-4x + 12 = 0$$

che è la forma ridotta ai minimi termini.

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)

Questa applicazione delle regole funziona con ogni equazione; tuttavia, nella pratica, spesso si seguono altre vie. Una seguita spesso è la seguente:

a) Si dà il denominatore comune ad ambo i membri e si eseguono i calcoli (regola 1)
b) Si moltiplica per il denominatore comune per eliminarlo (regola 3)
c) Si ottiene così un'equazione senza frazioni e si applica il metodo precedente.

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Vediamo un esempio:

Supponiamo di avere l'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Il denominatore comune di ambo i membri è 6, per cui scriviamo (regola 1))

$$\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

A questo punto moltiplichiamo ambo i membri per 6 (regola 3))

$$6\cdot\frac{3(x+3)+(x+1)}{6}=6\cdot\frac{6x-4(1-x)}{6}.$$

e otteniamo

$$3(x+3)+x+1=6x-4(1-x).$$

Usiamo ora la regola del trasporto e troviamo

$$3(x+3)+x+1-6x+4(1-x)=0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.

Continuazione dell'esempio:

e, svolgendo i calcoli (regola 1))

$$-6x + 14 = 0$$

che è la forma ai minimi termini.

La stessa cosa accade per equazioni di grado superiore, ma per ora ci fermiamo a quelle di primo grado.
In definitiva, abbiamo

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
    1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
    2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).

Un secondo riassunto

Riassunto

- Un'equazione algebrica si può *trasformare* senza alterare le sue soluzioni seguendo tre regole:
  1) Sostituire un'espressione nell'equazione con un'altra uguale ottenuta dalle regole dell'Algebra;
  2) Sommare ad ambo i membri di un'equazione una stessa espressione;
  3) Moltiplicare ambo i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da zero.
- Una quarta regola permette di spostare un addendo di un'equazione da un membro all'altro cambiando il suo segno (regola del trasporto).
- Mediante queste regole ogni equazione algebrica assume la forma ridotta ai minimi termini "Polinomio=0", e il grado del polinomio è il grado dell'equazione.

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione

$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione

  $$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$

  ha condotto a

  $$-4x + 12 = 0$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Abbiamo visto che la forma ridotta ai minimi termini di un'equazione è $P[x] = 0$. Se l'equazione è di primo grado, essa assumerà la forma

$$ax + b = 0.$$

Esempi:

- L'equazione
$$x + 3 - 2(x + 3) = 3(x - 5).$$
ha condotto a
$$-4x + 12 = 0$$
$(a = -4, b = 12)$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3) + \frac{x+1}{6} = x - \frac{2}{3}(1-x).$$

ha condotto a

$$-6x + 14 = 0$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

ha condotto a

$$-6x+14=0$$

$(a=-6, b=14)$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

  $$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

  ha condotto a

  $$-6x+14=0$$

  $(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

  ha condotto a

$$-6x+14=0$$

  $(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione

$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$

  ha condotto a

$$-6x+14=0$$

  $(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione
$$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
ha condotto a
$$-6x+14=0$$
$(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Esempi:

- L'equazione
  $$\frac{1}{2}(x+3)+\frac{x+1}{6}=x-\frac{2}{3}(1-x).$$
  ha condotto a
  $$-6x+14=0$$
  $(a=-6, b=14)$

Altre forme possibili sono:

- $x-3=0 \quad (a=1, b=-3)$
- $2x=0 \quad (a=2, b=0)$
- $\frac{2}{3}x+\frac{9}{4}=0 \quad (a=\frac{2}{3}, b=\frac{9}{4})$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$, *l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*.

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$, *l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Soluzione delle equazioni di primo grado

Vediamo finalmente un

Teorema

Se $a \neq 0$*, l'equazione di primo grado* $ax + b = 0$ *con dominio* $\mathbb{Q}$ *ammette* una e una sola soluzione *data da*

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Dimostrazione. Dimostriamo prima che la soluzione *esiste*. Dalla forma

$$ax + b = 0$$

usiamo la regola del trasporto e scriviamo

$$ax = -b.$$

Con la regola 3) moltiplichiamo ambo i membri per $1/a$ (che non è zero perché a non è zero per ipotesi, ed è un numero razionale) e troviamo

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Continuazione della dimostrazione

A questo punto è chiaro che se a x sostituiamo $-b/a$ risulta l'identità

$$-\frac{b}{a} = -\frac{b}{a}.$$

Continuazione della dimostrazione

A questo punto è chiaro che se a x sostituiamo $-b/a$ risulta l'identità

$$-\frac{b}{a} = -\frac{b}{a}.$$

Sospendiamo la dimostrazione per alcune considerazioni.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.
- $-6x + 14 = 0$; (regola del trasporto) $-6x = -14$; (regola 3) $x = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3}$.

Soluzione delle equazioni di primo grado

La dimostrazione del teorema indica come procedere nei casi concreti.

Esempi:

- $3x + 4 = 0$; (regola del trasporto) $3x = -4$; (regola 3) $x = -\frac{4}{3}$.
- $3x = 0$; (regola 3) $x = \frac{0}{3} = 0$. Dunque 0 è soluzione.
- $-4x + 12 = 0$; (regola del trasporto) $-4x = -12$; (regola 3) $x = \frac{-12}{-4} = 3$.
- $-6x + 14 = 0$; (regola del trasporto) $-6x = -14$; (regola 3) $x = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3}$.

Da quanto scritto appare anche chiaro che se si riesce a ricondurre l'equazione alla forma $x =$ qualcosa, dove "qualcosa" è un numero, quel numero sarà la soluzione dell'equazione.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{20.1}$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{20.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{20.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (20.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.

Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{20.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (20.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

Riprendiamo la dimostrazione del teorema e vediamo che la soluzione è *unica*.
Dimostriamo questo fatto per assurdo, supponendo che esistano *due* soluzioni x_1, x_2 dell'equazione $ax + b = 0$, cioè

$$ax_1 + b = 0, \qquad ax_2 + b = 0. \tag{20.1}$$

Consideriamo l'espressione

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2.$$

Dalla (20.1), usando la regola del trasporto, troviamo

$$ax_1 = -b, \qquad ax_2 = -b.$$

Quindi, sostituendo (regola 1), troviamo

$$a(x_1 - x_2) = ax_1 - ax_2 = -b - (-b) = 0.$$

Siccome $a \neq 0$, deve essere zero $x_1 - x_2$, perché altrimenti il prodotto di due numeri non nulli non sarebbe zero.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. $\blacksquare$

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.
Sappiamo da prima che se il dominio è diverso, la soluzione potrebbe non esistere.

Unicità della soluzione delle equazioni di primo grado

In definitiva abbiamo trovato che $(x_1 - x_2) = 0$.
Ma allora $x_1 = x_2$ (se la differenza di due numeri è zero essi sono uguali), contro l'ipotesi.
Dunque la soluzione è unica. ■

In questo modo sappiamo che un'equazione di primo grado in $\mathbb{Q}$ ha sempre una e una sola soluzione.
Sappiamo da prima che se il dominio è diverso, la soluzione potrebbe non esistere.
Spesso si ragiona allora così: si risolve l'equazione in $\mathbb{Q}$, e se la "soluzione" trovata non è nel dominio, allora è chiaro, dall'unicità, che l'equazione non può avere soluzioni.

Equazioni di grado zero

Cosa succede se $a = 0$?

Equazioni di grado zero

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

Equazioni di grado zero

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).

Equazioni di grado zero

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Equazioni di grado zero

Cosa succede se $a = 0$?
Se l'equazione si riduce alla forma

$$0x + b = 0$$

il polinomio non è più di primo grado, ma di grado zero, ossia una costante (che è b).
L'equazione *originaria*, però, conteneva la variabile, per cui ci possiamo chiedere quali siano le soluzioni di queste particolari equazioni algebriche.

Teorema

Se nell'equazione $ax + b = 0$ si ha $a = 0$, allora

- *se $b \neq 0$, l'equazione non ammette soluzioni in $\mathbb{Q}$ (e quindi neanche in domini più piccoli);*
- *se $b = 0$, l'equazione ammette per soluzioni tutti i numeri del dominio (ha in generale infinite soluzioni).*

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome "indeterminate" deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

che è stavolta un enunciato *vero*, qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi ogni valore di x è soluzione.

Questi casi si chiamano spesso equazioni *impossibili* e *indeterminate*, rispettivamente. (Il nome “indeterminate” deriva dal fatto che le soluzioni sono in generale infinite).
La dimostrazione del teorema è semplice: se $b \neq 0$, l'equazione si riduce a

$$b = 0$$

che è un *enunciato*, falso qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi nessun valore di x può essere soluzione.
Se $b = 0$, l'equazione si riduce a

$$0 = 0$$

che è stavolta un enunciato *vero*, qualsiasi sia il valore di x che si voglia sostituire all'equazione di partenza. Quindi ogni valore di x è soluzione.
Se il dominio è un insieme infinito, come $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ o $\mathbb{Q}$, allora le soluzioni sono infinite.

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Esempi

$$x + 3(1 - x) = 4x - 6(x + 3).$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$x + 3(1 - x) - 4x + 6(x + 3) = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$x + 3 - 3x - 4x + 6x + 18 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$21 = 0.$$

Dunque l'equazione è impossibile.

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Esempi

$$3x + 6(x + 2) = 3[2(x - 1) + x] + 6.$$

Usiamo la regola del trasporto e troviamo

$$3x + 6(x + 2) - 3[2(x - 1) + x] - 6 = 0$$

Dalla regola 1) troviamo

$$3x + 6x + 12 - 3(2x - 2 + x) - 6 = 0$$

e sempre dalla regola 1)

$$3x + 6x + 12 - 6x - 6 - 3x - 6 = 0$$

ossia

$$0 = 0.$$

Dunque l'equazione è indeterminata: ogni valore del dominio è soluzione.

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).

Nella pratica non è necessario seguire la strada che abbiamo indicato (spostare tutto a primo membro, semplificare, ridurre ai minimi termini, rispostare b a secondo membro e risolvere).
Spesso si possono trovare scorciatoie utili per risparmiare tempo; quello che conta è non usare regole diverse da quelle che abbiamo illustrato, per non rischiare di aggiungere o perdere soluzioni.

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

Esempio

$$2 + x + 3(x - 1) = -3(1 - x) + 2x.$$

Cambiando segno al primo addendo dopo il segno di uguaglianza troviamo

$$2 + x + 3(x - 1) = 3(x - 1) + 2x.$$

A questo punto è chiaro che se spostiamo $3(x - 1)$ a sinistra si eliderà con il $3(x - 1)$ già presente. Quindi lo elidiamo e basta:

$$2 + x = 2x$$

Spostiamo ora x a *destra* e troviamo

$$2 = x$$

per cui la soluzione è 2. ($2 = x$ e $x = 2$ sono equivalenti).

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni.

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

- $x = 0,12$ è soluzione, perché $[0,12] = 0$ e $0,12 - 0 = 0,12$

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

- $x = 0,12$ è soluzione, perché $[0,12] = 0$ e $0,12 - 0 = 0,12$
- $x = 1,12$ è soluzione, perché $[1,12] = 1$ e $1,12 - 1 = 0,12$

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

- $x = 0,12$ è soluzione, perché $[0,12] = 0$ e $0,12 - 0 = 0,12$
- $x = 1,12$ è soluzione, perché $[1,12] = 1$ e $1,12 - 1 = 0,12$
- $x = 2,12$ è soluzione, perché $[2,12] = 2$ e $2,12 - 2 = 0,12$

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

- $x = 0,12$ è soluzione, perché $[0,12] = 0$ e $0,12 - 0 = 0,12$
- $x = 1,12$ è soluzione, perché $[1,12] = 1$ e $1,12 - 1 = 0,12$
- $x = 2,12$ è soluzione, perché $[2,12] = 2$ e $2,12 - 2 = 0,12$
- $x = 3,12$ è soluzione, perché $[3,12] = 3$ e $3,12 - 3 = 0,12$

Approfondimento

Se l'equazione non è polinomiale, si possono presentare strane situazioni. Indichiamo con $[x]$ la *parte intera* di un numero x. Per esempio, $[3] = 3$, $[2,71] = 2$, mentre

$$\left[\frac{5}{4}\right] = 1$$

(perché $5/4 = 1,25$).
Consideriamo questa "equazione"

$$x - [x] = 0,12.$$

Questa *non* è un'equazione algebrica, perché $[x]$ non è un polinomio. E guardate cosa succede:

- $x = 0,12$ è soluzione, perché $[0,12] = 0$ e $0,12 - 0 = 0,12$
- $x = 1,12$ è soluzione, perché $[1,12] = 1$ e $1,12 - 1 = 0,12$
- $x = 2,12$ è soluzione, perché $[2,12] = 2$ e $2,12 - 2 = 0,12$
- $x = 3,12$ è soluzione, perché $[3,12] = 3$ e $3,12 - 3 = 0,12$
- ...

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1. Quindi non potrà mai essere uguale a 2,12.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1. Quindi non potrà mai essere uguale a 2,12.
Se l'equazione è *algebrica*, allora l'eventualità di avere infinite soluzioni si presenta solo se l'equazione è di grado zero.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1. Quindi non potrà mai essere uguale a 2,12.
Se l'equazione è *algebrica*, allora l'eventualità di avere infinite soluzioni si presenta solo se l'equazione è di grado zero.
Invece, vi sono equazioni algebriche che non ammettono soluzioni, ma non di grado zero.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1. Quindi non potrà mai essere uguale a 2,12.
Se l'equazione è *algebrica*, allora l'eventualità di avere infinite soluzioni si presenta solo se l'equazione è di grado zero.
Invece, vi sono equazioni algebriche che non ammettono soluzioni, ma non di grado zero.
Per esempio, l'equazione

$$x^2 + 1 = 0$$

non ammette soluzioni in $\mathbb{Q}$.

Questa equazione ha *infinite* soluzioni.
Invece, l'equazione

$$x - [x] = 2,1$$

non ha *nessuna* soluzione. Infatti $x - [x]$, come abbiamo visto, non è altro che la parte decimale di x, e quindi sarà sempre minore di 1. Quindi non potrà mai essere uguale a 2,12.
Se l'equazione è *algebrica*, allora l'eventualità di avere infinite soluzioni si presenta solo se l'equazione è di grado zero.
Invece, vi sono equazioni algebriche che non ammettono soluzioni, ma non di grado zero.
Per esempio, l'equazione

$$x^2 + 1 = 0$$

non ammette soluzioni in $\mathbb{Q}$. Infatti, x^2 è sempre positivo o nullo, per cui $x^2 + 1$ è maggiore o tutt'al più uguale a 1. E pertanto non potrà mai essere zero.

A che servono le equazioni di primo grado?

Vediamo un'interessante applicazione delle equazioni che abbiamo studiato.

A che servono le equazioni di primo grado?

Vediamo un'interessante applicazione delle equazioni che abbiamo studiato.
L'Economia si occupa della vendita e dell'acquisto di beni, e ovviamente del loro prezzo.

A che servono le equazioni di primo grado?

Vediamo un'interessante applicazione delle equazioni che abbiamo studiato.
L'Economia si occupa della vendita e dell'acquisto di beni, e ovviamente del loro prezzo.
Se un bene viene scambiato, c'è chi ha interesse a venderlo (*offerta*) e chi a comprarlo (*domanda*).

A che servono le equazioni di primo grado?

Vediamo un'interessante applicazione delle equazioni che abbiamo studiato.
L'Economia si occupa della vendita e dell'acquisto di beni, e ovviamente del loro prezzo.
Se un bene viene scambiato, c'è chi ha interesse a venderlo (*offerta*) e chi a comprarlo (*domanda*).
Naturalmente l'offerta e la domanda dipendono dal *prezzo*.

A che servono le equazioni di primo grado?

Vediamo un'interessante applicazione delle equazioni che abbiamo studiato.
L'Economia si occupa della vendita e dell'acquisto di beni, e ovviamente del loro prezzo.
Se un bene viene scambiato, c'è chi ha interesse a venderlo (*offerta*) e chi a comprarlo (*domanda*).
Naturalmente l'offerta e la domanda dipendono dal *prezzo*.

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.
Viceversa, chi *compra* ha più interesse a comprare se il prezzo è basso, quindi *la domanda aumenta se il prezzo diminuisce*.

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.
Viceversa, chi *compra* ha più interesse a comprare se il prezzo è basso, quindi *la domanda aumenta se il prezzo diminuisce*.
Infine, in Economia si dice che il mercato è *in equilibrio* se la domanda e l'offerta sono uguali.

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.
Viceversa, chi *compra* ha più interesse a comprare se il prezzo è basso, quindi *la domanda aumenta se il prezzo diminuisce*.
Infine, in Economia si dice che il mercato è *in equilibrio* se la domanda e l'offerta sono uguali.
Chiamiamo allora P il prezzo di un bene, D la sua domanda e S l'offerta (dall'inglese *supply*; del resto O assomiglia troppo allo zero).

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.
Viceversa, chi *compra* ha più interesse a comprare se il prezzo è basso, quindi *la domanda aumenta se il prezzo diminuisce*.
Infine, in Economia si dice che il mercato è *in equilibrio* se la domanda e l'offerta sono uguali.
Chiamiamo allora P il prezzo di un bene, D la sua domanda e S l'offerta (dall'inglese *supply*; del resto O assomiglia troppo allo zero).
Le due leggi che regolano la dipendenza della domanda e dell'offerta dal prezzo sono

$$D = a - b \cdot P, \qquad S = -c + d \cdot P.$$

dove a, b, c, d sono coefficienti positivi, cioè valori noti nelle varie situazioni concrete.

Applicazione all'Economia

Se il prezzo sale, chi *vende* ha più interesse a vendere, quindi *l'offerta aumenta se il prezzo aumenta*.
Viceversa, chi *compra* ha più interesse a comprare se il prezzo è basso, quindi *la domanda aumenta se il prezzo diminuisce*.
Infine, in Economia si dice che il mercato è *in equilibrio* se la domanda e l'offerta sono uguali.
Chiamiamo allora P il prezzo di un bene, D la sua domanda e S l'offerta (dall'inglese *supply*; del resto O assomiglia troppo allo zero).
Le due leggi che regolano la dipendenza della domanda e dell'offerta dal prezzo sono

$$D = a - b \cdot P, \qquad S = -c + d \cdot P.$$

dove a, b, c, d sono coefficienti positivi, cioè valori noti nelle varie situazioni concrete.
Vediamo ora un caso concreto.

Vendita di cellulari

Supponiamo che un centro commerciale voglia comperare dei cellulari dalla casa madre. Per lui la legge della domanda è

$$D = 390 - \frac{1}{3}P.$$

Vendita di cellulari

Supponiamo che un centro commerciale voglia comperare dei cellulari dalla casa madre. Per lui la legge della domanda è

$$D = 390 - \frac{1}{3}P.$$

Questo significa, per esempio, che se pagasse un cellulare 300 euro, allora ne comprerebbe 290 $(390 - 300/3)$, mentre se gli costassero 150, ne comprerebbe 340 $(390 - 150/3)$, e così via.

Vendita di cellulari

Supponiamo che un centro commerciale voglia comperare dei cellulari dalla casa madre. Per lui la legge della domanda è

$$D = 390 - \frac{1}{3}P.$$

Questo significa, per esempio, che se pagasse un cellulare 300 euro, allora ne comprerebbe 290 $(390 - 300/3)$, mentre se gli costassero 150, ne comprerebbe 340 $(390 - 150/3)$, e così via.
La casa madre, dal canto suo, segue questa legge dell'offerta:

$$S = -250 + P.$$

Vendita di cellulari

Supponiamo che un centro commerciale voglia comperare dei cellulari dalla casa madre. Per lui la legge della domanda è

$$D = 390 - \frac{1}{3}P.$$

Questo significa, per esempio, che se pagasse un cellulare 300 euro, allora ne comprerebbe 290 $(390 - 300/3)$, mentre se gli costassero 150, ne comprerebbe 340 $(390 - 150/3)$, e così via.
La casa madre, dal canto suo, segue questa legge dell'offerta:

$$S = -250 + P.$$

Questo significa che è disposta a vendere 50 cellulari a 300 euro l'uno, oppure 150 a 400 euro l'uno, e così via.

Vendita di cellulari

Supponiamo che un centro commerciale voglia comperare dei cellulari dalla casa madre. Per lui la legge della domanda è

$$D = 390 - \frac{1}{3}P.$$

Questo significa, per esempio, che se pagasse un cellulare 300 euro, allora ne comprerebbe 290 $(390 - 300/3)$, mentre se gli costassero 150, ne comprerebbe 340 $(390 - 150/3)$, e così via.
La casa madre, dal canto suo, segue questa legge dell'offerta:

$$S = -250 + P.$$

Questo significa che è disposta a vendere 50 cellulari a 300 euro l'uno, oppure 150 a 400 euro l'uno, e così via.
La domanda è: per quale prezzo si accorderanno?

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

$$390 + 250 = \frac{1}{3}P + P.$$

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

$$390 + 250 = \frac{1}{3}P + P.$$

Questa equazione equivale a

$$\frac{4}{3}P = 640$$

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

$$390 + 250 = \frac{1}{3}P + P.$$

Questa equazione equivale a

$$\frac{4}{3}P = 640$$

e quindi

$$P = 640 : \frac{4}{3} = 640 \cdot \frac{3}{4} = 480.$$

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

$$390 + 250 = \frac{1}{3}P + P.$$

Questa equazione equivale a

$$\frac{4}{3}P = 640$$

e quindi

$$P = 640 : \frac{4}{3} = 640 \cdot \frac{3}{4} = 480.$$

Entrambi si accorderanno per il prezzo di 480 euro a cellulare, corrispondente alla fornitura di 230 cellulari.

Ok, il prezzo è giusto!

La risposta sarà: quando domanda e offerta saranno uguali, ossia quando

$$390 - \frac{1}{3}P = -250 + P.$$

La risposta è quindi la soluzione di questa equazione (dove l'incognita è scritta P invece di x, ma poco importa).
Grazie alle regole che conosciamo, portiamo il -250 a primo membro, che diventerà $+250$, e il $-\frac{1}{3}P$ a destra:

$$390 + 250 = \frac{1}{3}P + P.$$

Questa equazione equivale a

$$\frac{4}{3}P = 640$$

e quindi

$$P = 640 : \frac{4}{3} = 640 \cdot \frac{3}{4} = 480.$$

Entrambi si accorderanno per il prezzo di 480 euro a cellulare, corrispondente alla fornitura di 230 cellulari.

Fine