
n. 10
giugno
2024

Copiamo San Francisco: perché l'algebra fin dalle medie

anno XLI

Alfredo Marzocchi

Tra le tante notizie che concorrono a formare il “rumore mediatico” che ci circonda, ve n'è una che con grande probabilità è sfuggita ai più, e cioè la decisione della reintroduzione nel Distretto scolastico di S. Francisco, dell'Algebra all'interno dell'ottavo grado scolastico (8th grade), praticamente il terzo anno della nostra secondaria di primo grado (la terza media, nel linguaggio comune). Chi è interessato può trovarla qui¹.

Gli Stati Uniti, si sa, sono vicini e lontani allo stesso tempo: grazie alla cinematografia e alle serie televisive potremmo conoscere meglio la struttura di New York (o, appunto, di S. Francisco) che di Milano, ma dal punto di vista della vita reale e amministrativa essi sono davvero lontani, sia nei modi che nelle tradizioni. La reintroduzione dell'Algebra, infatti, non è che l'ultimo tassello di una serie di provvedimenti che risalgono fino a trent'anni fa e che meritano di essere riassunti brevemente, perché suggeriscono non poche considerazioni.

Negli anni '90, infatti, il percorso scolastico era suddiviso in livelli, ai quali si accedeva in base al rendimento, e il fenomeno dell'immigrazione stava creando una disparità all'interno del mondo scolastico, in quanto le figlie e i figli delle famiglie di immigrati avevano mediamente un rendimento più basso e venivano quindi indirizzati a scuole meno buone rispetto ai loro coetanei. Una delle materie maggiormente responsabili di queste disparità era appunto l'Algebra, per cui venne deciso di unificare i suoi livelli, il che si tradusse in pratica in un abbassamento verso il basso del livello.

Il Distretto in questione si accorse però che questo provvedimento, anziché aumentare l'uguaglianza,

ebbe paradossalmente l'effetto opposto: le famiglie più benestanti, infatti, perlomeno secondo alcuni esperti del mondo scolastico, reagirono al livellamento verso il basso pagando di tasca propria lezioni private per compensare l'abbassamento della qualità dell'insegnamento e dunque chi non poteva permettersi questa istruzione aggiuntiva rischiava comunque di avere i voti peggiori e di essere addirittura bocciati (in quel sistema scolastico la bocciatura e la ripetizione possono avvenire sul singolo corso).

Perciò, nel 2014 il Distretto prese la decisione ancora più radicale di abolire l'insegnamento dell'Algebra nell'ottavo grado per trasferirlo nella scuola secondaria di secondo grado, (*high school* o scuola superiore come si dice da noi): a questo punto, almeno per questo tipo di insegnamento, le differenze erano abolite, per così dire, per legge.

Dopo dieci anni di sperimentazione, il Distretto ha verificato nuovamente che gli iscritti al corso di Algebra nella *high school* provenienti dalle minoranze etniche avevano percentuali di iscrizione e riuscita notevolmente inferiori, pregiudicando così la loro carriera futura verso quelle discipline, come le STEM, che sono attualmente più richieste e offrono migliori opportunità lavorative, donde quindi la loro reintroduzione.

Lasciando ora gli Stati Uniti nella loro lontananza, si capisce immediatamente come questa vicenda si presti a numerose riflessioni, sia (ovviamente) sociologiche, sia più specifiche relativamente alla disciplina interessata. Iniziamo con le seconde, che sono probabilmente più facili da analizzare per chi scrive.

¹ <https://www.dagospia.com/rubrica-29/cronache/che-rsquo-entra-ma-tematica-discriminazione-391212.htm>

Non basta capire: serve motivare

L'introduzione dell'Algebra nella terza media è un salto decisamente grande in varie direzioni della didattica complessiva. L'allievo incontra nel suo percorso dapprima le "espressioni aritmetiche", in genere consistenti di più o meno lunghi calcoli non sviluppati con due principali intenti (almeno secondo me): il primo è quello di riconoscere le priorità delle varie operazioni all'interno dell'espressione, mentre il secondo è eseguire correttamente queste operazioni per semplificare l'espressione e ridurla al risultato finale o alla fase successiva. Per aiutare o indicare le priorità ci si serve di convenzioni o di parentesi. Così, per esempio, l'espressione $1 + 2 \times 3$ dà per risultato 7 e non 9 perché convenzionalmente (e non è un teorema) si stabilisce che la moltiplicazione ha "la precedenza" sull'addizione. Invece, $(1 + 2) \times 3$ dà per risultato 9 perché le parentesi danno un grado di priorità superiore all'addizione che sta al loro interno. (Per inciso, sui *social* impazzano le discussioni fra persone che hanno *tutte* la terza media e che si dividono sulle priorità da dare alle varie operazioni). La situazione è stata un pochino lenita dall'avvento delle calcolatrici digitali, le quali hanno già programmate al loro interno le priorità e quindi rispondono correttamente: tempo addietro, il risultato della pressione dei tasti 1,+2,x,3 e = avrebbe prodotto 7, e l'utente doveva invece dare la priorità digitando 2,x,3,+1,= (ovviamente meglio fare il tutto a mente, ma stiamo facendo un esempio: con $123 + 456 \times 789$ il discorso sarebbe lo stesso). Resta il fatto che la convenzione (che ha lo scopo di ridurre le parentesi e di semplificare la scrittura) viene ancor oggi percepita come una "regola" misteriosa.

Se questo è un piccolo impiccio, la rivoluzione deve ancora venire, e cioè il passaggio all'Algebra simbolica, ossia l'introduzione delle lettere al posto dei numeri (di *alcuni* numeri, in realtà). Da un lato pare un gioco (e un po' lo è): si specificano alcune regole, come quelle del prodotto dei monomi, e poi si imita un po' quanto fatto con le espressioni.

Inutile dire che è molto difficile spiegare *perché* si faccia tutto ciò: del resto, fino al 1600 l'Algebra simbolica non esisteva. Per esempio, la celebre descrizione del moto rettilineo uniforme come quello in cui si percorrono "spazi uguali in tempi uguali" ("ma uguali a che cosa?") si potrebbe chiedere la Grammatica italiana), sono residui fossili di enunciati dei tempi in cui l'Algebra simbolica non esisteva. Inoltre, l'astrattezza delle espressioni è tale che in generale nemmeno nella secondaria di secondo grado si riesce a giustificarla; l'espressione $(a + b)c =$

$ac + bc$, ad esempio, non è corretta dal punto di vista della Matematica moderna: servirebbe un quantificatore, come "per ogni a, b, c " (e magari anche l'insieme numerico di a, b, c) per darle un senso compiuto.

A tutto ciò si aggiunge un'ulteriore difficoltà: mentre infatti nella semplificazione delle espressioni aritmetiche la complessità in generale diminuisce man mano che si effettuano, con le giuste priorità, le varie operazioni, nelle espressioni algebriche può capitare che essa aumenti, per diminuire magari drasticamente nella parte finale (per esempio, l'espressione $(1 + x + x^2 + x^3)(1 - x)$ genera otto termini ma alla fine ne restano due. Questo fatto può essere percepito come frustrante e allontanare l'interesse dell'allievo: la potenza delle espressioni algebriche, infatti, sta nell'arbitrarietà dei numeri introdotti, cosa che però di fatto non viene spesso sottolineata né tantomeno verificata.

Se infine l'Algebra si riduce (o comprende) espressioni di tipo "condominio" (con ciò si intendono quegli esercizi con vari piani di frazioni) o "portarei" (la classica che ha un 1 fratto lungo come tutta la pagina del libro e al denominatore sette o otto termini a loro volta frazionari), si può intuire la repulsione dell'allievo che sa che essa può essere risolta automaticamente e senza errori, al contrario di ciò che spesso capita agli umani.

Che fare, dunque? A mio modesto avviso, l'Algebra simbolica non va affatto abolita ma va motivata: va spiegato perché è utile e a cosa serve. Per questo non servono lunghe espressioni. Per esempio, il rapporto fra superficie e volume di una sfera è un calcolo algebrico semplice, ma è essenziale che sia svolto senza specificare il raggio. Questo mostra che il calore prodotto all'interno di una sfera (proporzionale al volume) si disperde meglio se il raggio è piccolo, perché la dispersione di calore è proporzionale alla superficie della sfera e infatti il rapporto superficie/volume è grande quando il raggio è piccolo. Le espressioni più complicate, invece, si possono tranquillamente lasciare al computer. Il punto cruciale è che con l'Algebra simbolica si riescono a *scoprire* delle relazioni che forse altrimenti non si vedrebbero, e al contempo si è sicuri della loro correttezza. Essa poi serve ovviamente alla soluzione delle equazioni, dunque anche di problemi con un maggior carico di evidenza. Chiaramente, se in alcuni casi, come ad esempio il calcolo delle derivate di una funzione, ci si può trovare di fronte a espressioni complesse, non è detto che questa competenza sia sviluppata sin da subito: essa può essere acquisita man mano che si affrontano argomenti più complessi,

sempre avendo in mente che se il *fine* di un certo agire non è il calcolo, allora si può ricorrere a strumenti automatici per eseguirlo.

L'uguaglianza è un valore: ma non al ribasso

E veniamo a un secondo aspetto che può stimolare la notizia data sopra, più sociologico, sul quale esprimo alcune semplici opinioni da non esperto.

Da un lato è indubbio che la scelta del Distretto sia stata motivata da ragioni inclusive; è interessante però il fatto che l'uguaglianza al ribasso non sia stata risolutiva, in nessuno dei due casi. Anche se in Italia una decisione del genere sarebbe difficile per la struttura abbastanza centralistica della scuola (sicuramente più centralizzata che negli Stati Uniti), va tenuto presente che gli studenti stranieri non sono distribuiti uniformemente sul territorio nazionale, andando dal 2% della Campania al 25% della Lombardia², e che quindi eventuali provvedimenti locali potrebbero essere utili nell'interesse delle fasce più deboli. Ovviamente, come si diceva nel caso dell'Algebra, riformando e non tagliando.

L'altra considerazione è che spesso si sentono luoghi comuni quali "i cinesi e gli indiani vanno meglio in matematica", che andrebbero verificati con strumenti statistici corretti. Per esempio, sempre secondo l'analisi INVALSI del 2019³, gli studenti stranieri sono lievemente più in difficoltà dei nativi, con particolare riguardo alla lingua Italiana, come si può immaginare, e alla Matematica. Ciò risulta tanto più vero quanto più si analizzano gradi bassi della scuola. Quindi, se da un lato è vero che il riscatto

sociale può essere una spinta forte, è altrettanto vero che gli strumenti di distrazione di massa e i loro veicoli (*social* e cellulari) sono appannaggio anche delle fasce meno abbienti e che però spesso in queste il controllo parentale è inferiore. Ci possiamo quindi aspettare, in futuro, almeno in alcune zone del territorio nazionale, una intensificazione della disparità, che andrà adeguatamente trattata, prendendo come termine di paragone quello citato all'inizio.

In conclusione, la Matematica può e deve diventare una disciplina fruibile senza essere considerata un ostacolo insormontabile, per dare modo a chi vuole occuparsi di Scienza e Tecnica di raggiungere la giusta preparazione e dare il suo contributo alla Società. Aggiungo anche che l'ostacolo, se proprio deve esserci, dovrebbe piuttosto vertere sul ragionamento e sulla logica (quindi, ad esempio, tornando a dare peso alla Geometria Euclidea, nella quale la logica della dimostrazione è più cogente, oppure introducendo degli argomenti che includano dimostrazioni anche in campo algebrico). La logica e il ragionamento, poi, devono essere presenti (e in taluni casi valorizzati) anche nelle altre discipline, dove a volte si assiste a una resa alla preparazione mnemonica. La formazione di una persona attraverso l'educazione al ragionamento è sicuramente il modo più inclusivo di formarla.

Alfredo Marzocchi
Università Cattolica del Sacro Cuore
alfredo.marzocchi@gmail.com

² <https://www.invalsiopen.it/alumni-stranieri-in-italia-dati-ministero-istruzione/>

³ <https://www.invalsiopen.it/alumni-stranieri-risultati-prove-invalsi-2019/>