

COSTANTI UNIVERSALI .1

VIAGGIO NELLE STRUTTURE FONDAMENTALI

di Ledo Stefanini

1. EQUIVALENTE MECCANICO DELLA CALORIA

- Indica quanti joule di lavoro meccanico sono necessari per produrre gli stessi effetti della somministrazione di una caloria:
- dove

$$L = J Q$$

$$J = 4,184 \frac{J}{cal}$$

- Se si accetta il primo principio, non è più necessario utilizzare unità diverse per misurare il lavoro e il calore; di conseguenza la $L = J Q$ si riduce a mera relazione di equivalenza tra due unità diverse di energia: la *caloria* e il *joule*.

2. COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

- Compare nella legge di gravitazione universale di Newton:
- dove F indica la forza di attrazione che si esercita tra due corpi puntiformi di massa m_1 ed m_2 , rispettivamente, posti a distanza d .

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

- Se si misurano le forze in N, le masse in kg e le distanze in m, il valore della costante di gravitazione è

$$G = 6,6730 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

3. COSTANTE DEI GAS

- Stabilisce il legame tra la temperatura misurata con il termometro a gas (temperatura assoluta) e la temperatura centigrada.
Equazione dei gas perfetti:

$$pV \equiv nRT$$

- dove p è la pressione, V il volume , T la temperatura assoluta ed n il numero di moli di gas.
- Il valore tabulato è

$$R = 8,3143 \frac{J}{K \text{ mole}}$$

4. NUMERO DI AVOGADRO

- È basato sull'idea che le masse dei corpi sono la somma delle masse delle molecole di cui sono costituiti. Il numero di Avogadro indica il numero delle molecole che costituiscono una mole, quindi si può interpretare come definizione di mole. $A = 6,02210 \times 10^{23} \text{ moli}^{-1}$

- Si assume che la massa molecolare M di un composto (che è una grandezza microscopica, riferita alla massa dell'atomo di idrogeno) sia proporzionale alla massa molare m (che una grandezza macroscopica) secondo il numero di Avogadro:

$$m(\text{in grammi}) = A \times M(\text{in u.m.a.})$$

- Una relazione analoga sussiste tra la *carica dell'elettrone* e e la *costante di Faraday* F .
- Questa è una grandezza macroscopica che rappresenta la carica elettrica associata ad una mole di ioni con una singola carica elementare.

$$F = A \times e$$

$$F = 96,487 \times 10^3 \frac{C}{mole}$$

5. COSTANTE DI BOLTZMANN

- È la versione microscopica della costante dei gas. Infatti tra la costante di Boltzmann k e la costante R dei gas passa la stessa relazione che vi è tra la massa molecolare e la massa molare: $R = A k$.
- Il valore della costante è quindi:

$$k = 1,38066 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

- Si osservi che le sue dimensioni sono quelle dell'entropia.
- La costante di Boltzmann compare nella *legge di Boltzmann* che mette la temperatura assoluta in relazione con l'energia cinetica media delle molecole.

$$E = \frac{3}{2} kT$$

6. VELOCITÀ DELLA LUCE

- Il valore attualmente accettato è

$$c = 2,99792458 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

- Il numero delle cifre significative è testimonianza dell'importanza che questa costante riveste nella fisica contemporanea. La costante c svolge un ruolo in tutti i fenomeni elettromagnetici. Il fatto che il suo valore sia legato alle costanti che regolano le interazioni elettrostatiche e magnetostatiche dimostra che il suo significato è molto più profondo che quello di una semplice velocità:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

- Nella teoria della relatività, la costante c è un invariante: il suo valore non muta nel passaggio da un sistema di riferimento inerziale all'altro. Infatti, la trasformata di Lorentz – Fitzgerald per le velocità (con $c=1$) è

$$v' = \frac{v - u}{1 - uv}$$

- Se in questa si pone $v = 1$, si ottiene ancora $v'=1$: la velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento inerziali.
- La costante c permette di distinguere i fenomeni ai quali è legittimo applicare la meccanica classica da quelli a cui va applicata la meccanica relativistica. Infatti, se le velocità in gioco sono piccole rispetto a c , allora è possibile applicare la meccanica classica; se, invece, sono confrontabili con la velocità della luce, allora è necessario applicare la meccanica relativistica.

7. COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

- La forza di interazione tra due cariche elettriche puntiformi è descritta dalla legge di Coulomb:
- Per poter sostituire al segno di proporzionalità il segno di uguaglianza è necessario definire operativamente l'unità di misura delle cariche elettriche.

$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

- Definito il *coulomb*,
ne risulta
determinata la
costante di
proporzionalità e la
legge di Coulomb
assume la forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

- dove

$$\epsilon_0 = 8,85419 \times 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 N}$$

8. PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO

- La permeabilità magnetica compare quando si voglia mettere in relazione il campo magnetico con l'intensità di corrente che lo genera. Nel caso di un filo rettilineo, percorso da una corrente di intensità I , il campo magnetico dipende dalla distanza dal filo d :

$$B \propto \frac{I}{d}$$

- Se si vuole esprimere la legge con un segno di uguaglianza è necessario stabilire una definizione operativa di intensità di corrente. Scelta l'unità di misura delle correnti, risulta determinato il coefficiente di proporzionalità. In realtà si fa il contrario: si definisce il fattore di proporzionalità nella relazione

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d}$$

- nel modo seguente:
- e si utilizza la legge per definire l'unità di corrente (l'*ampère*).
- Definita la permeabilità magnetica μ_0 , e noto il valore della costante c , risulta definita la costante dielettrica:

$$\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,85419 \times 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 N}$$

9. QUADRATO DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE

- Il quadrato di una velocità ha le dimensioni fisiche

$$\left[c^2 \right] = \left[\frac{m^2}{s^2} \right] = \left[\frac{kg \times m^2}{kg \times s^2} \right] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

- In meccanica relativistica è possibile esprimere le masse in unità di energia, in base alla relazione di equivalenza

$$E = m c^2.$$

- La massa dell'elettrone si può esprimere in kg:

$$m_e = 9,10953 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

- Oppure in joule o in MeV:
- $m_e = 8,198 \times 10^{-14} \text{ J}$
- $m_e = 0,51 \text{ MeV}$
- La massa di un elettrone è circa mezzo MeV.
- Poiché la massa del protone è $1836 m_e$,
- $m_p = 936 \text{ MeV}$

10. COSTANTE DI PLANCK

- La costante h di Planck ha le dimensioni di un'azione:
- $[h] = [\text{energia} \times \text{tempo}] = [\text{J} \times \text{s}]$
- Il suo valore è
- $h = 6,62618 \times 10^{-34} \text{ J s}$
- $= 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV s}$

- Come la velocità della luce, la costante di Planck rappresenta un ponte tra due teorie: l'elettromagnetismo classico e la meccanica quantistica.
- La relazione che trasforma la frequenza ν di una radiazione nell'energia di un fotone, detta di Einstein – Planck,

- $$E = h \nu$$

- è priva di significato in meccanica quantistica (perché non vi ha significato la frequenza della radiazione) e non ne ha in elettromagnetismo (perché non ha senso parlare dell'energia di una radiazione)

- Con il nome di “costante di Planck” si indica anche un'altra costante ($\hbar$ tagliata) legata alla prima dalla relazione:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- La costante $\hbar$ compare nella formulazione dei due *principi di indeterminazione di Heisenberg*, fondamentali in meccanica quantistica:
- dove le Δ indicano le incertezze su x (posizione), p (quantità di moto), E (energia), t (tempo).

$$\Delta x \quad \Delta p \geq \hbar$$

$$\Delta E \quad \Delta t \geq \hbar$$

11. UN NUMERO PURO: π

- Com'è noto, π indica la somma degli angoli interni di un triangolo, oltre che il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il diametro.
- Il suo valore è $\pi = 3,14159\dots$

- Diversamente dalle altre costanti fondamentali (ad esclusione della permeabilità magnetica del vuoto μ_0) π non è il risultato di una misura; ma una conseguenza degli assiomi della geometria euclidea. Pertanto, l'introduzione di questa costante nelle leggi equivale ad affermare che tali leggi sono riferite ad uno spazio per il quale vale la geometria di Euclide.