# La circonferenza goniometrica

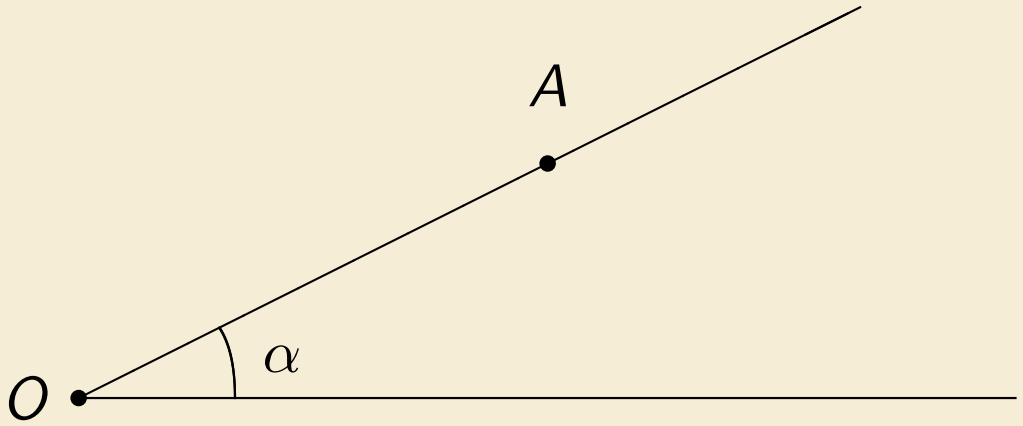
Alessandro Musesti

Università Cattolica del Sacro Cuore

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Le funzioni sen e cos

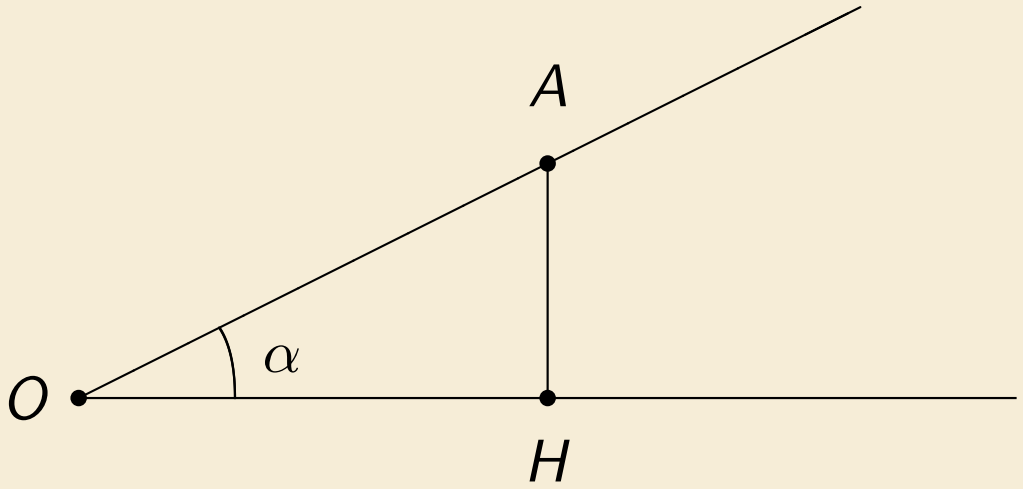
Consideriamo un angolo di ampiezza $\alpha < 90^\circ$ e vertice $O$ e un punto $A$ su una delle due semirette generatrici dell'angolo (diverso da $O$).




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Le funzioni sen e cos

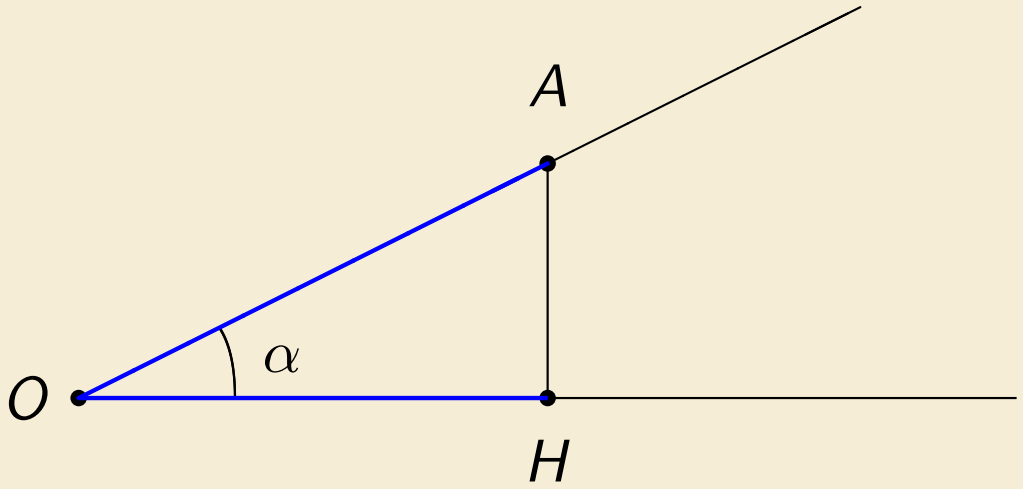
Consideriamo un angolo di ampiezza $\alpha < 90^\circ$ e vertice $O$ e un punto $A$ su una delle due semirette generatrici dell'angolo (diverso da $O$). Proiettiamo ortogonalmente il punto $A$ sull'altra semiretta, ottenendo il punto $H$.




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Le funzioni sen e cos

Consideriamo un angolo di ampiezza $\alpha < 90°$ e vertice $O$ e un punto $A$ su una delle due semirette generatrici dell'angolo (diverso da $O$). Proiettiamo ortogonalmente il punto $A$ sull'altra semiretta, ottenendo il punto $H$. Si può dimostrare facilmente che il rapporto tra la lunghezza di $OH$ e quella di $OA$ non dipende dalla posizione di $A$, ma soltanto dall'ampiezza $\alpha$ dell'angolo: $\dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \text{costante}$.

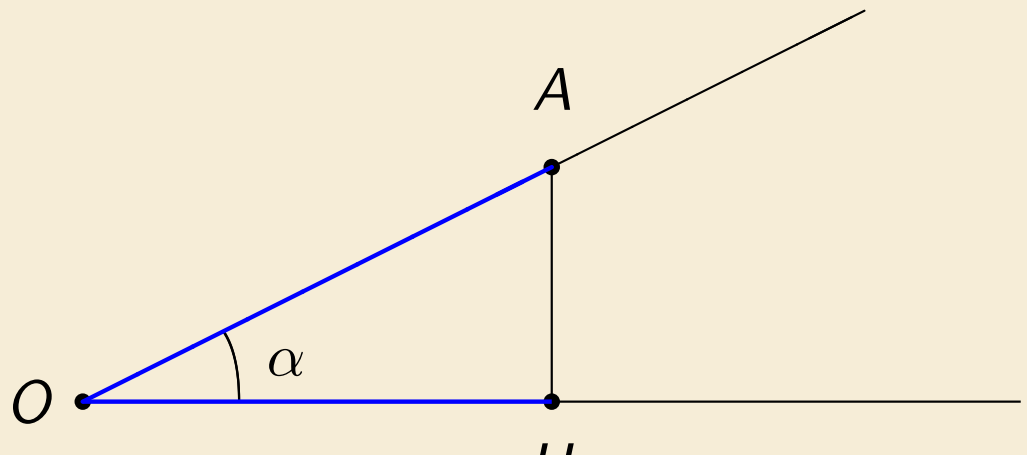



Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Le funzioni sen e cos

Il rapporto tra $\overline{OH}$ e $\overline{OA}$, che è un numero compreso tra 0 e 1, si chiama *coseno* dell'angolo $\alpha$ e si scrive

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \cos\alpha$$




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

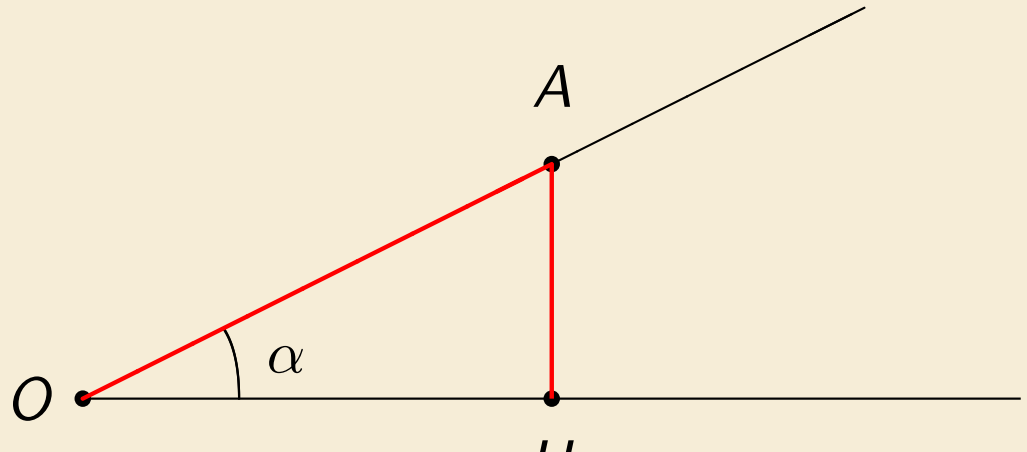
# Le funzioni sen e cos

Il rapporto tra $\overline{OH}$ e $\overline{OA}$, che è un numero compreso tra 0 e 1, si chiama *coseno* dell'angolo $\alpha$ e si scrive

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \cos\alpha$$

Allo stesso modo, anche il *seno* dell'angolo $\alpha$ viene definito come il rapporto (indipendente da $A$) tra $\overline{HA}$ e $\overline{OA}$, ovvero

$$\frac{\overline{HA}}{\overline{OA}} = \operatorname{sen}\alpha$$




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La relazione fondamentale

Dal teorema di Pitagora risulta poi che

$$\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = \frac{\overline{OH}^2 + \overline{AH}^2}{\overline{OA}^2} = \frac{\overline{OA}^2}{\overline{OA}^2} = 1\,.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La relazione fondamentale

Dal teorema di Pitagora risulta poi che

$$\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = \frac{\overline{OH}^2 + \overline{AH}^2}{\overline{OA}^2} = \frac{\overline{OA}^2}{\overline{OA}^2} = 1\,.$$

Inoltre si verifica che

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \text{sen}\,\alpha\,, \qquad \text{sen}\,(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha\,,$$

ovvero le funzioni si scambiano sugli archi complementari.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La relazione fondamentale

Dal teorema di Pitagora risulta poi che

$$\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = \frac{\overline{OH}^2 + \overline{AH}^2}{\overline{OA}^2} = \frac{\overline{OA}^2}{\overline{OA}^2} = 1\,.$$

Inoltre si verifica che

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \text{sen}\,\alpha\,, \qquad \text{sen}\,(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha\,,$$

ovvero le funzioni si scambiano sugli archi complementari.

Infine, nel caso particolare $\alpha = 45^\circ$ si ha $\overline{OH} = \overline{HA}$ e $\overline{OA} = \overline{OH}\sqrt{2}$, quindi

$$\cos 45^\circ = \text{sen}\,45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\,.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica

È possibile introdurre le funzioni goniometriche usando il piano cartesiano: consideriamo la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1, che viene chiamata *circonferenza goniometrica*. Tale circonferenza ha equazione

$$x^2 + y^2 = 1\,.$$

# La circonferenza goniometrica

È possibile introdurre le funzioni goniometriche usando il piano cartesiano: consideriamo la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1, che viene chiamata *circonferenza goniometrica*. Tale circonferenza ha equazione

$$x^2 + y^2 = 1\,.$$

Prendiamo un punto $A$ sulla circonferenza in modo che stia nel primo quadrante e chiamiamo $\alpha$ l'ampiezza dell'angolo formato dall'asse $x$ e dal raggio $OA$: allora l'ascissa di $A$ sarà proprio $\cos\alpha$ e l'ordinata di $A$ sarà $\operatorname{sen}\alpha$, ovvero

$$A = (\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)\,.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica

È possibile introdurre le funzioni goniometriche usando il piano cartesiano: consideriamo la circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1, che viene chiamata *circonferenza goniometrica*. Tale circonferenza ha equazione

$$x^2 + y^2 = 1\,.$$

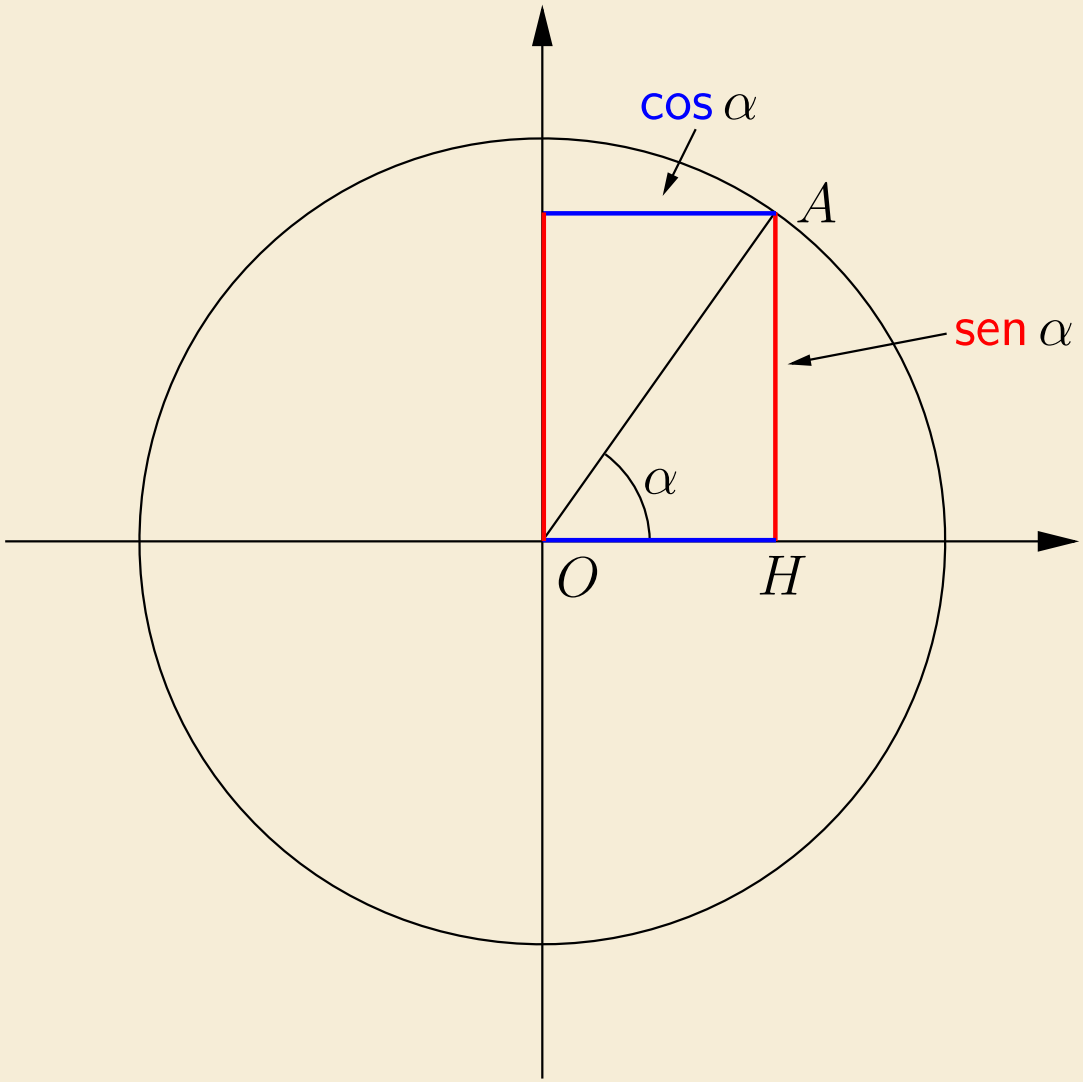
Prendiamo un punto $A$ sulla circonferenza in modo che stia nel primo quadrante e chiamiamo $\alpha$ l'ampiezza dell'angolo formato dall'asse $x$ e dal raggio $OA$: allora l'ascissa di $A$ sarà proprio $\cos\alpha$ e l'ordinata di $A$ sarà $\operatorname{sen}\alpha$, ovvero

$$A = (\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)\,.$$

La relazione fondamentale $\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha = 1$ da questo punto di vista esprime semplicemente l'appartenenza di $A$ alla circonferenza goniometrica.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica

Tramite la circonferenza goniometrica è facile estendere le funzioni *seno* e *coseno* anche ad angoli più grandi di 90°: in generale si definisce

$$\cos \alpha = x_A \,, \qquad \operatorname{sen} \alpha = y_A$$

dove $A$ è il punto della circonferenza goniometrica per cui l'angolo tra l'asse $x$ e $OA$, misurato in senso antiorario, sia proprio $\alpha$.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica

Tramite la circonferenza goniometrica è facile estendere le funzioni *seno* e *coseno* anche ad angoli più grandi di 90°: in generale si definisce

$$\cos\alpha = x_A\,, \qquad \operatorname{sen}\alpha = y_A$$

dove $A$ è il punto della circonferenza goniometrica per cui l'angolo tra l'asse $x$ e $OA$, misurato in senso antiorario, sia proprio $\alpha$.
Si capisce subito che

$$\cos(\alpha + 360°) = \cos\alpha\,, \qquad \operatorname{sen}(\alpha + 360°) = \operatorname{sen}\alpha$$

quindi le funzioni cos e sen sono **periodiche** di periodo 360°.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# La circonferenza goniometrica

Tramite la circonferenza goniometrica è facile estendere le funzioni *seno* e *coseno* anche ad angoli più grandi di 90°: in generale si definisce

$$\cos\alpha = x_A\,, \qquad \operatorname{sen}\alpha = y_A$$

dove $A$ è il punto della circonferenza goniometrica per cui l'angolo tra l'asse $x$ e $OA$, misurato in senso antiorario, sia proprio $\alpha$.
Si capisce subito che

$$\cos(\alpha + 360°) = \cos\alpha\,, \qquad \operatorname{sen}(\alpha + 360°) = \operatorname{sen}\alpha$$

quindi le funzioni cos e sen sono **periodiche** di periodo 360°.
Inoltre è evidente che cos è positiva per angoli nel primo e nel quarto quadrante, mentre sen è positiva per angoli nel primo e nel secondo quadrante.

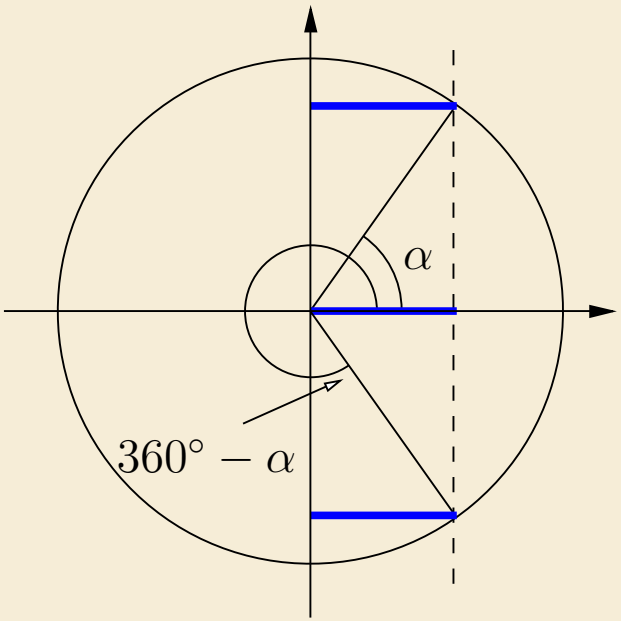
Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Coseno di archi esplementari

Se consideriamo angoli compresi tra $0^\circ$ e $360^\circ$, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che in generale esistono due angoli distinti che danno lo stesso valore del coseno, perché sulla circonferenza esistono due punti distinti che hanno la stessa ascissa:

# Coseno di archi esplementari

Se consideriamo angoli compresi tra $0°$ e $360°$, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che in generale esistono due angoli distinti che danno lo stesso valore del coseno, perché sulla circonferenza esistono due punti distinti che hanno la stessa ascissa:



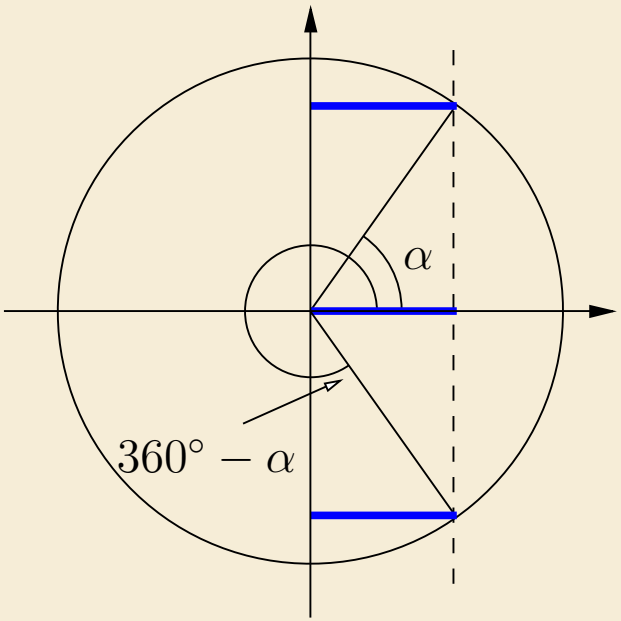

i due archi sono *esplementari* (ovvero la loro somma è un angolo giro), quindi si ha l'identità

$$\cos(360° - \alpha) = \cos\alpha$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Coseno di archi esplementari

Se consideriamo angoli compresi tra $0°$ e $360°$, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che in generale esistono due angoli distinti che danno lo stesso valore del coseno, perché sulla circonferenza esistono due punti distinti che hanno la stessa ascissa:




i due archi sono *esplementari* (ovvero la loro somma è un angolo giro), quindi si ha l'identità

$$\cos(360° - \alpha) = \cos\alpha$$

Ovviamente nel caso $\alpha = 0°$ e $\alpha = 180°$ l'angolo è unico.

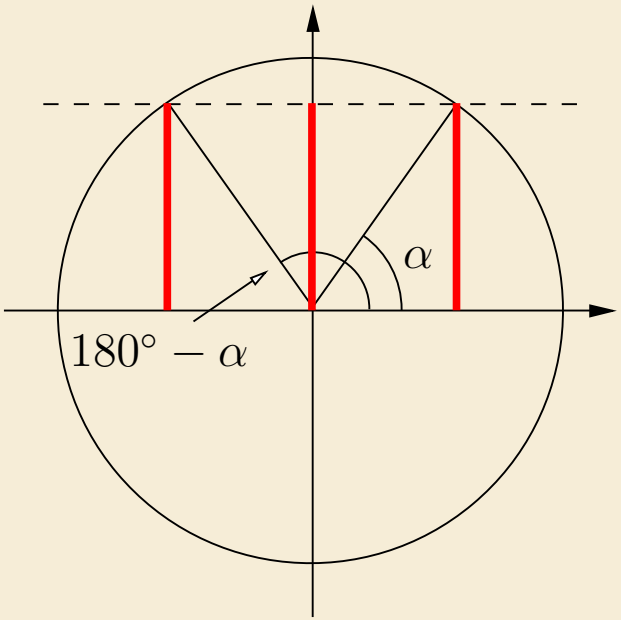
Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Seno di archi supplementari

Allo stesso modo, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che ci sono due angoli che danno lo stesso valore del seno:

# Seno di archi supplementari

Allo stesso modo, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che ci sono due angoli che danno lo stesso valore del seno:

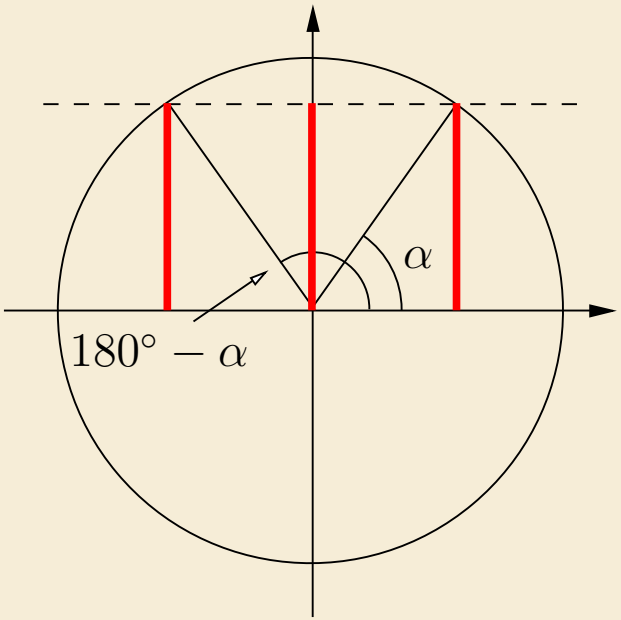



i due archi sono *supplementari* (ovvero la loro somma è un angolo piatto), quindi si ha l'identità

$$\text{sen}\,(180° - \alpha) = \text{sen}\,\alpha$$

# Seno di archi supplementari

Allo stesso modo, mediante la circonferenza goniometrica vediamo che ci sono due angoli che danno lo stesso valore del seno:




i due archi sono *supplementari* (ovvero la loro somma è un angolo piatto), quindi si ha l'identità

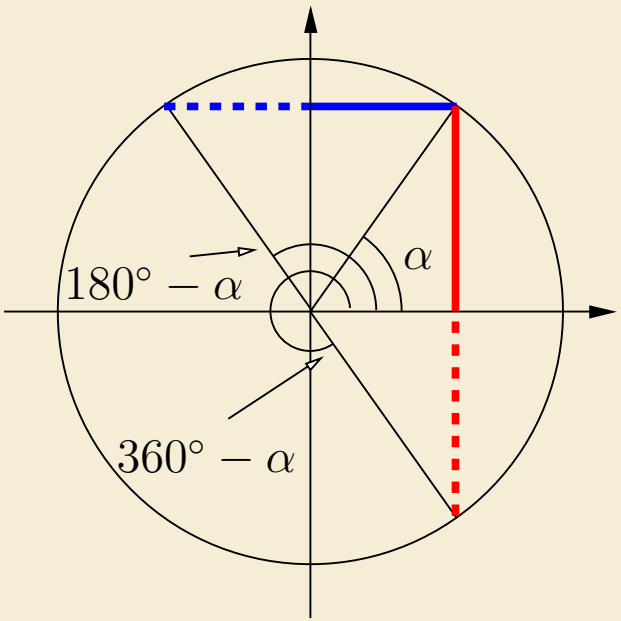
$$\text{sen}\,(180° - \alpha) = \text{sen}\,\alpha$$

Nel caso $\alpha = 90°$ e $\alpha = 270°$ l'angolo è unico.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Seno di archi esplementari

Inoltre, per evidenti ragioni di simmetria, dalla circonferenza goniometrica si deduce che il coseno cambia segno su archi supplementari, mentre il seno cambia segno su archi esplementari, ovvero




$$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\operatorname{sen}(360° - \alpha) = -\operatorname{sen}\alpha$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tabella degli archi associati

Raccogliendo le formule appena trovate, si ottiene la seguente **tabella degli archi associati**:

| | $90° - \alpha$ | $90° + \alpha$ | $180° - \alpha$ | $180° + \alpha$ | $270° - \alpha$ | $270° + \alpha$ | $360° - \alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cos | sen $\alpha$ | $-$sen $\alpha$ | $-$cos $\alpha$ | $-$cos $\alpha$ | $-$sen $\alpha$ | sen $\alpha$ | cos $\alpha$ |
| sen | cos $\alpha$ | cos $\alpha$ | sen $\alpha$ | $-$sen $\alpha$ | $-$cos $\alpha$ | $-$cos $\alpha$ | $-$sen $\alpha$ |

dove si è considerato che:
$(90° + \alpha)$ è l'arco supplementare di $(90° - \alpha)$,
$(180° + \alpha)$ è l'arco esplementare di $(180° - \alpha)$
$(270° - \alpha)$ è l'arco esplementare di $(90° + \alpha)$
$(270° + \alpha)$ è l'arco esplementare di $(90° - \alpha)$.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Archi notevoli

Di quali angoli è possibile conoscere il sen e il cos? Dalla circonferenza goniometrica possiamo calcolarli immediatamente per $0°$, $90°$, $180°$ e $360°$. Inoltre abbiamo già notato che

$$\operatorname{sen} 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}\,.$$

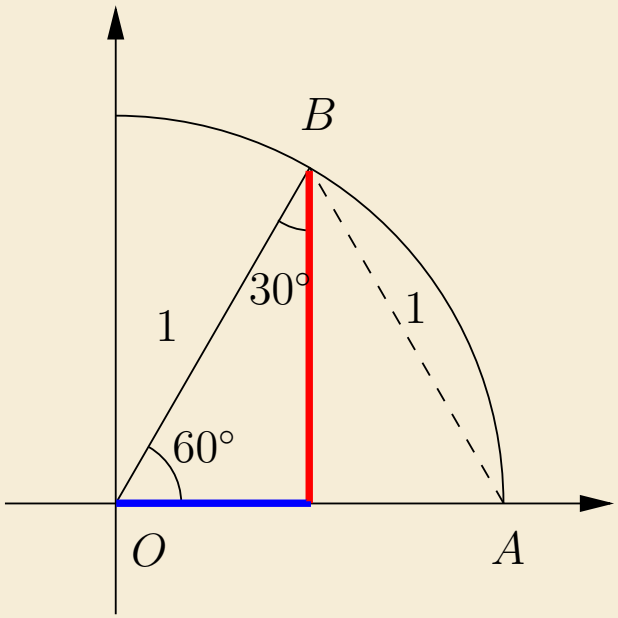
Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Archi notevoli

Di quali angoli è possibile conoscere il sen e il cos? Dalla circonferenza goniometrica possiamo calcolarli immediatamente per $0°$, $90°$, $180°$ e $360°$. Inoltre abbiamo già notato che

$$\operatorname{sen} 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}\,.$$

È anche abbastanza facile calcolare seno e coseno dell'angolo di $30°$, usando le proprietà del triangolo emiequilatero:




Il triangolo $OAB$ è equilatero di lato 1, quindi

$$\cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tabella degli archi notevoli

Combinando le formule sugli archi supplementari e complementari con quelle degli angoli di $45°$ e $60°$, possiamo costruire la seguente **tabella degli archi notevoli**:

# Tabella degli archi notevoli

Combinando le formule sugli archi supplementari e complementari con quelle degli angoli di $45°$ e $60°$, possiamo costruire la seguente **tabella degli archi notevoli**:

| | $0°$ | $30°$ | $60°$ | $90°$ | $120°$ | $150°$ | $180°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cos | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-1$ |
| sen | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tabella degli archi notevoli

Combinando le formule sugli archi supplementari e complementari con quelle degli angoli di $45°$ e $60°$, possiamo costruire la seguente **tabella degli archi notevoli**:

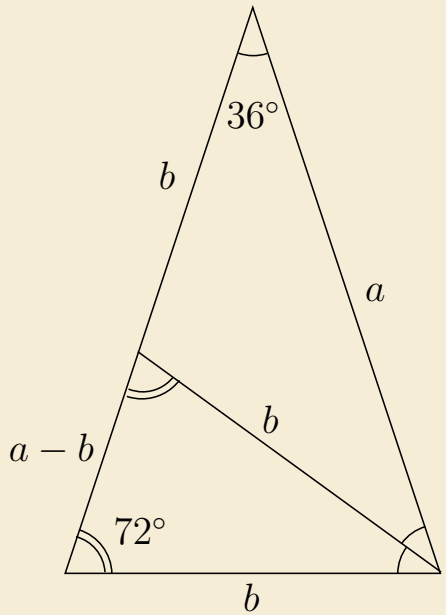
| | $0°$ | $30°$ | $60°$ | $90°$ | $120°$ | $150°$ | $180°$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cos | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-1$ |
| sen | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |

| | $210°$ | $240°$ | $270°$ | $300°$ | $330°$ |
|---|---|---|---|---|---|
| cos | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| sen | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-1$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ |

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Intermezzo: il triangolo aureo

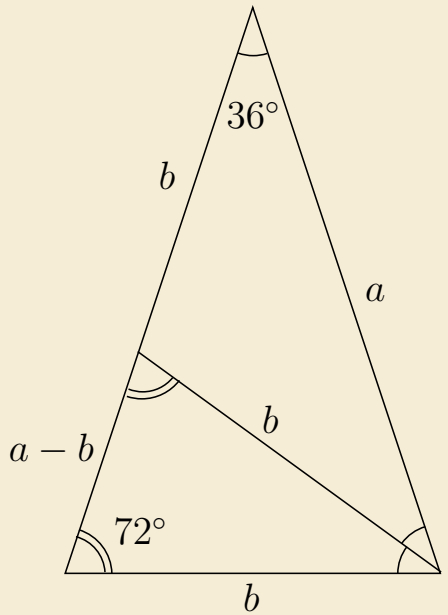
Un triangolo isoscele con angoli alla base di $72^\circ$ si chiama *triangolo aureo*.



# Intermezzo: il triangolo aureo

Un triangolo isoscele con angoli alla base di $72^\circ$ si chiama *triangolo aureo*. Esso ha la proprietà che la base è la sezione aurea del lato, ovvero

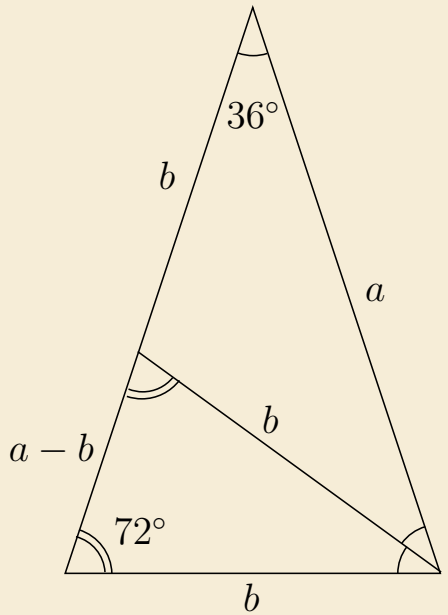
$$b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a\,.$$



# Intermezzo: il triangolo aureo

Un triangolo isoscele con angoli alla base di $72^\circ$ si chiama *triangolo aureo*. Esso ha la proprietà che la base è la sezione aurea del lato, ovvero

$$b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a\,.$$




Infatti, tracciando la bisettrice di un angolo alla base, si ottengono due triangoli isosceli, di cui quello in basso è simile a quello di partenza; dunque

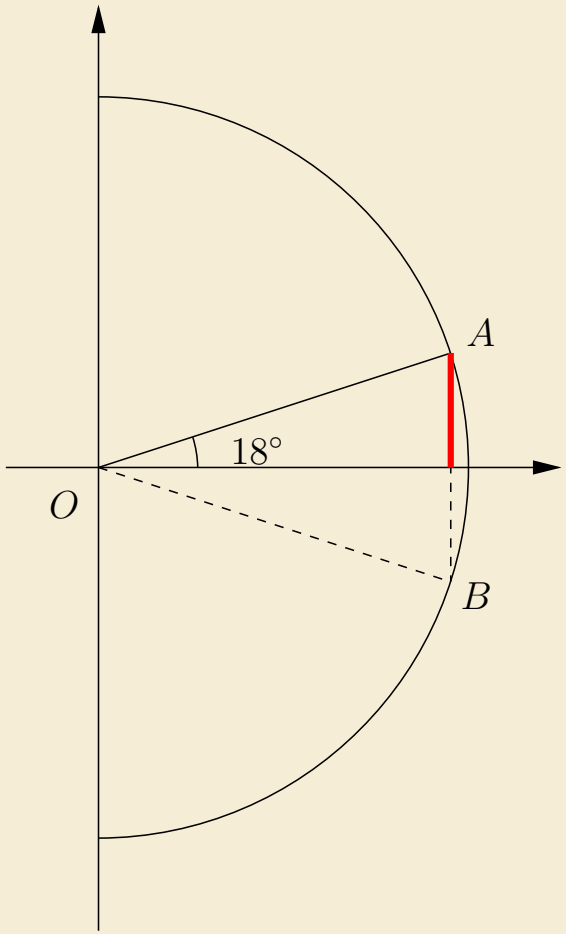
$$a : b = b : (a - b)$$

e quindi $b$ è la sezione aurea di $a$.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# L'arco di 18°

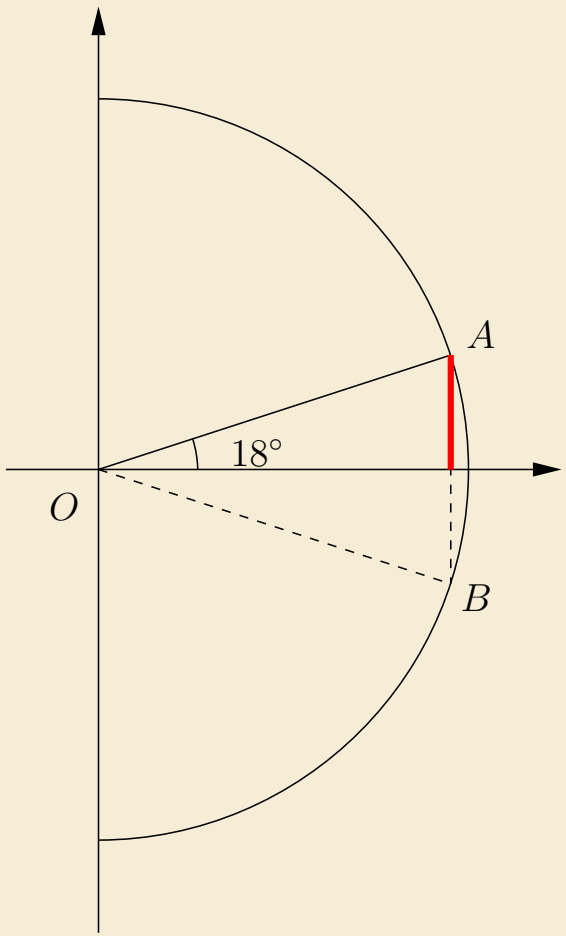
Tramite le proprietà del *triangolo aureo*, è possibile calcolare il valore del seno dell'angolo di 18°:




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# L'arco di 18°

Tramite le proprietà del *triangolo aureo*, è possibile calcolare il valore del seno dell'angolo di 18°:



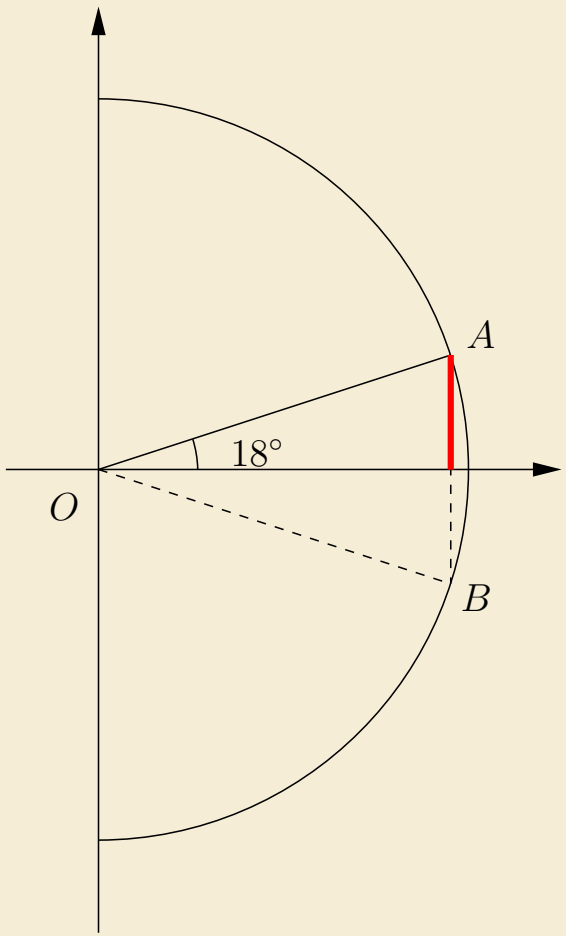

il triangolo $OAB$ è aureo di base $AB$, quindi $\operatorname{sen} 18°$, che è il segmento rosso, è la metà della sezione aurea di $OA$, che è unitario:

$$\operatorname{sen} 18° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}\,.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# L'arco di 18°

Tramite le proprietà del *triangolo aureo*, è possibile calcolare il valore del seno dell'angolo di 18°:




il triangolo $OAB$ è aureo di base $AB$, quindi $\operatorname{sen} 18°$, che è il segmento rosso, è la metà della sezione aurea di $OA$, che è unitario:

$$\operatorname{sen} 18° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}\,.$$

Si può trovare il coseno mediante

$$\begin{aligned}\cos 18° &= \sqrt{1-\operatorname{sen}^2 18°} \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}.\end{aligned}$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Le altre funzioni trigonometriche

Esistono altre funzioni trigonometriche importanti di un angolo $\alpha$: esse sono

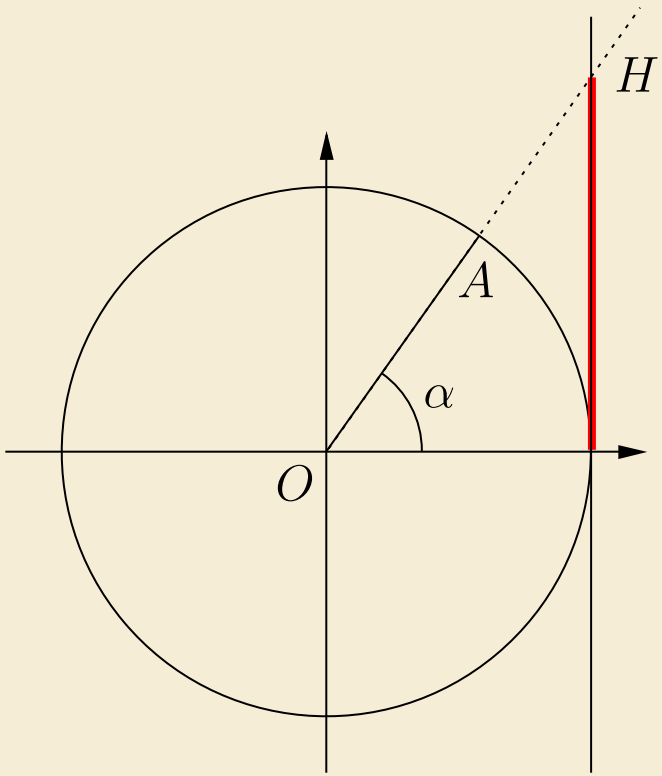
- la tangente: $\text{tg}\,\alpha$,
- la cotangente: $\text{cotg}\,\alpha$,
- la secante: $\sec\alpha$,
- la cosecante: $\text{cosec}\,\alpha$.

Vedremo che tali funzioni sono però sempre riconducibili a combinazioni di $\text{sen}\,\alpha$ e $\cos\alpha$.

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tangente e cotangente

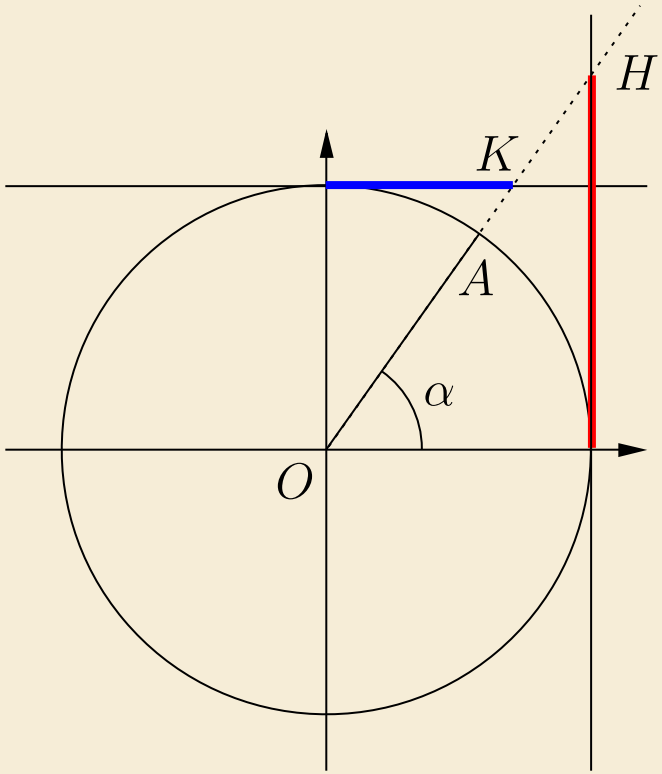
Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, prolunghiamo il corrispondente raggio $OA$ fino a intersecarlo con la retta verticale $x = 1$ nel punto $H$, e poniamo $\boxed{\text{tg}\,\alpha = y_H}$.




Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

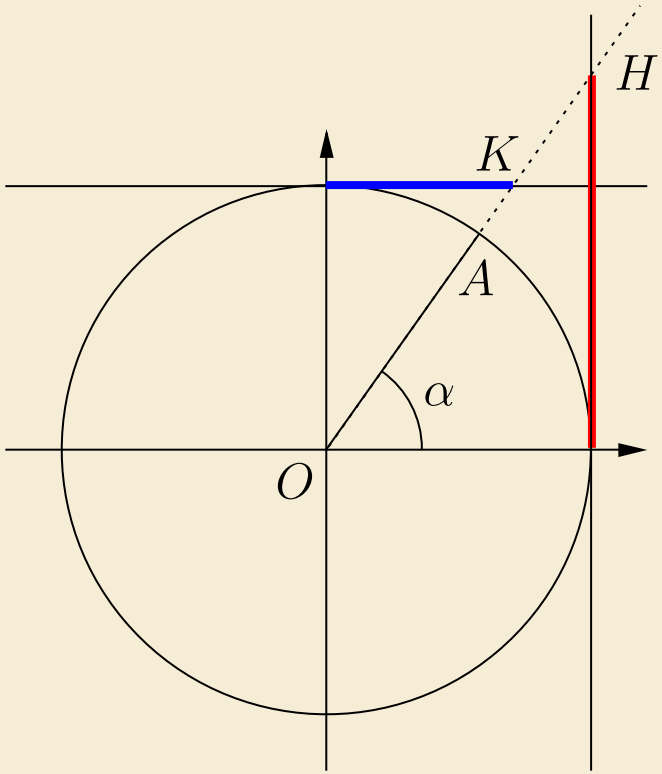
# Tangente e cotangente

Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, prolunghiamo il corrispondente raggio $OA$ fino a intersecarlo con la retta verticale $x = 1$ nel punto $H$, e poniamo $\boxed{\text{tg}\,\alpha = y_H}$.
Allo stesso modo, prolunghiamo $OA$ fino a intersecarlo con la retta orizzontale $y = 1$ nel punto $K$, e poniamo $\boxed{\text{cotg}\,\alpha = x_K}$.



# Tangente e cotangente

Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, prolunghiamo il corrispondente raggio $OA$ fino a intersecarlo con la retta verticale $x = 1$ nel punto $H$, e poniamo $\boxed{\operatorname{tg}\alpha = y_H}$.
Allo stesso modo, prolunghiamo $OA$ fino a intersecarlo con la retta orizzontale $y = 1$ nel punto $K$, e poniamo $\boxed{\operatorname{cotg}\alpha = x_K}$.



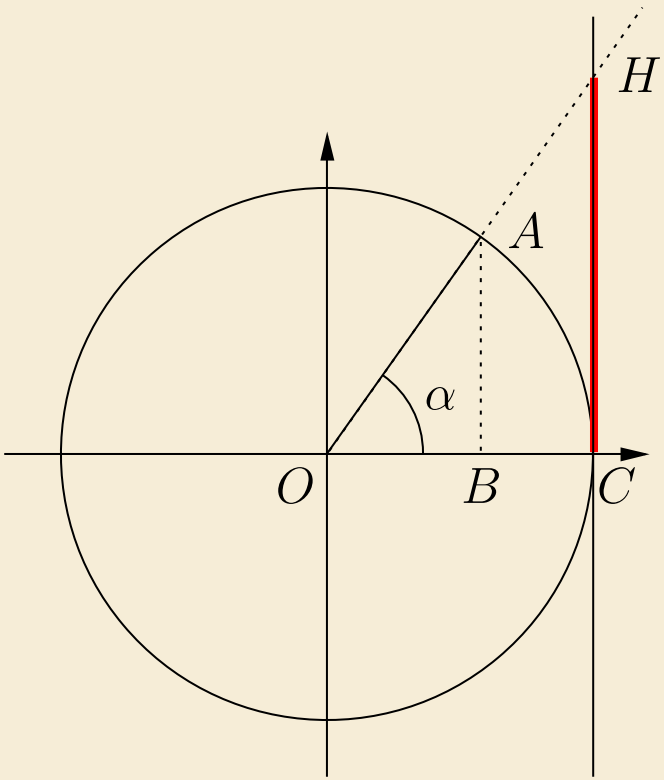

Si può verificare che

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tangente e cotangente

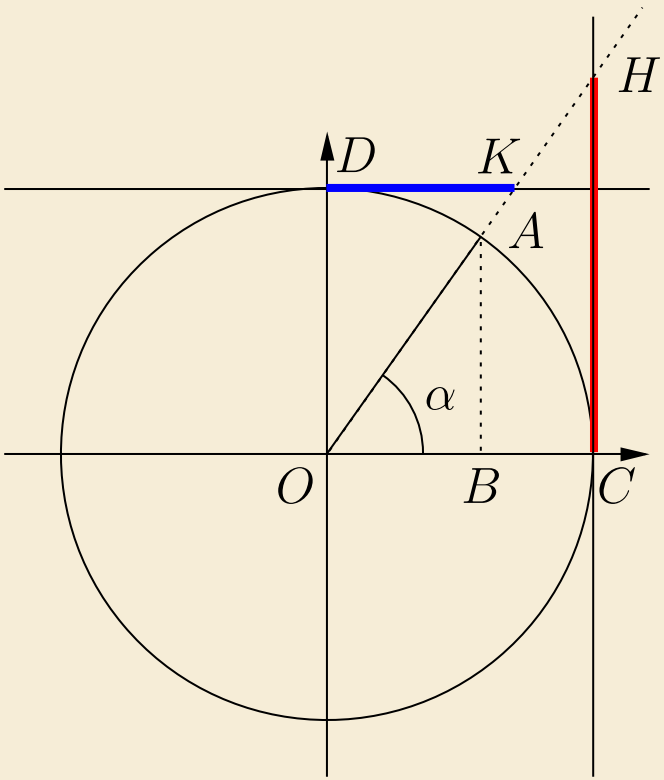



Infatti, il triangolo $O\widehat{C}H$ è simile al triangolo $O\widehat{B}A$, e dunque in particolare

$$\operatorname{tg}\alpha = HC = \frac{HC}{OC} = \frac{AB}{OB} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Tangente e cotangente




Infatti, il triangolo $O\widehat{C}H$ è simile al triangolo $O\widehat{B}A$, e dunque in particolare

$$\operatorname{tg}\alpha = HC = \frac{HC}{OC} = \frac{AB}{OB} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

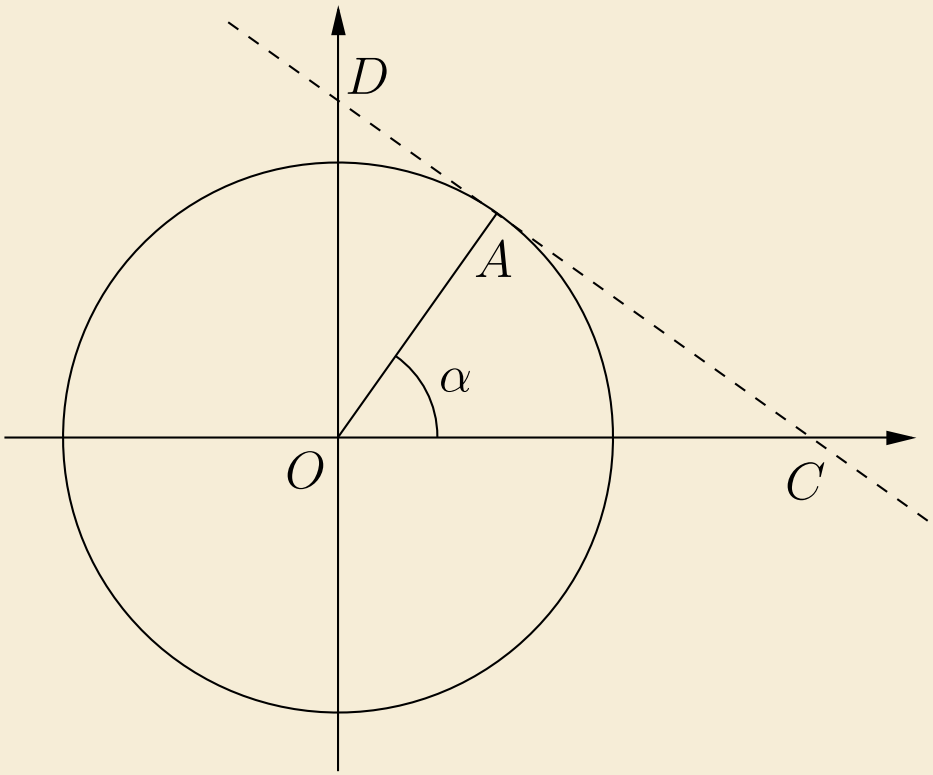
Allo stesso modo, $O\widehat{D}K$ è simile a $O\widehat{B}A$, quindi

$$\operatorname{cotg}\alpha = DK = \frac{DK}{OD} = \frac{OB}{AB} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Secante e cosecante

Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, tracciamo la tangente alla circonferenza nel punto $A$, che incontri gli assi nei punti $C$ e $D$.

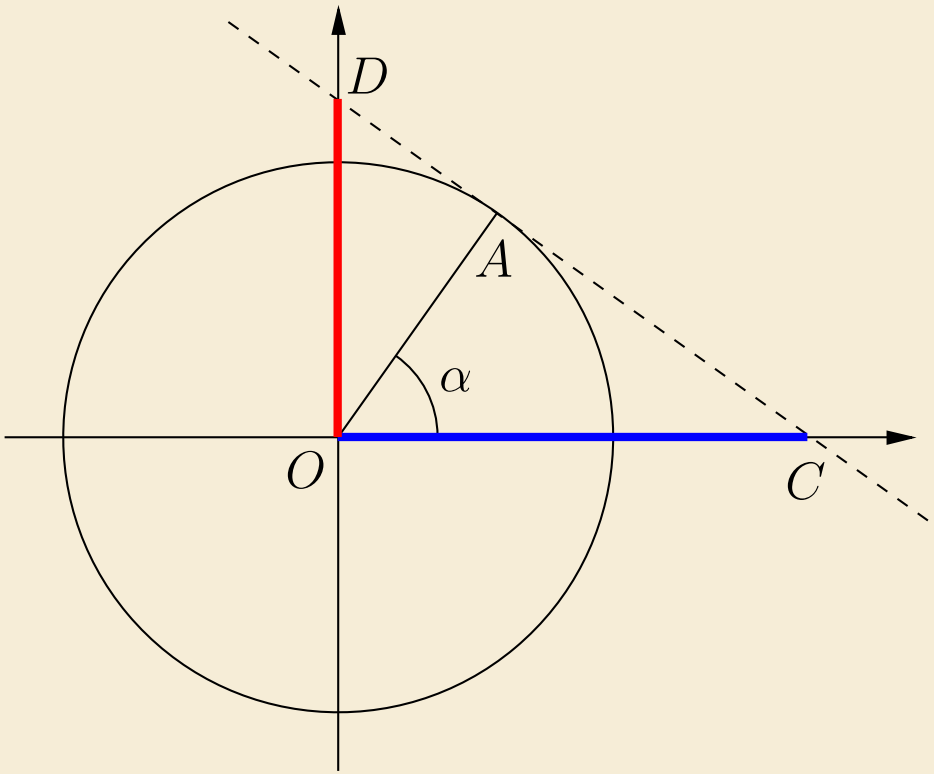



Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Secante e cosecante

Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, tracciamo la tangente alla circonferenza nel punto $A$, che incontri gli assi nei punti $C$ e $D$.

Poniamo $\sec\alpha = x_C$ e $\operatorname{cosec}\alpha = y_D$ .

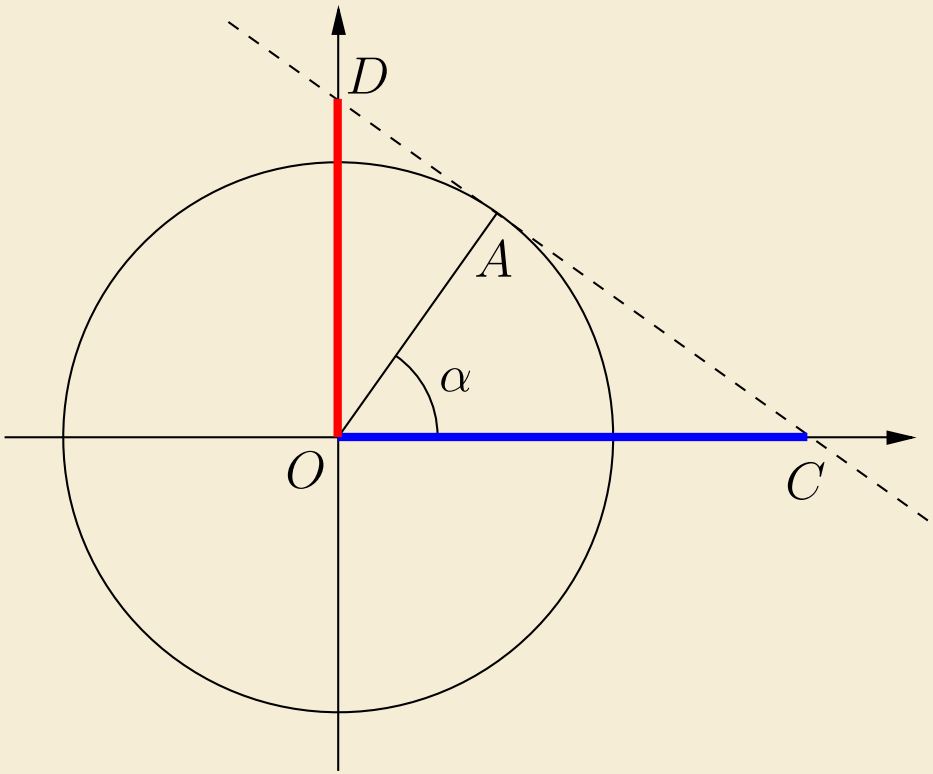



Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Secante e cosecante

Preso un angolo $\alpha$ sulla circonferenza goniometrica, tracciamo la tangente alla circonferenza nel punto $A$, che incontri gli assi nei punti $C$ e $D$.

Poniamo $\sec\alpha = x_C$ e $\operatorname{cosec}\alpha = y_D$ .



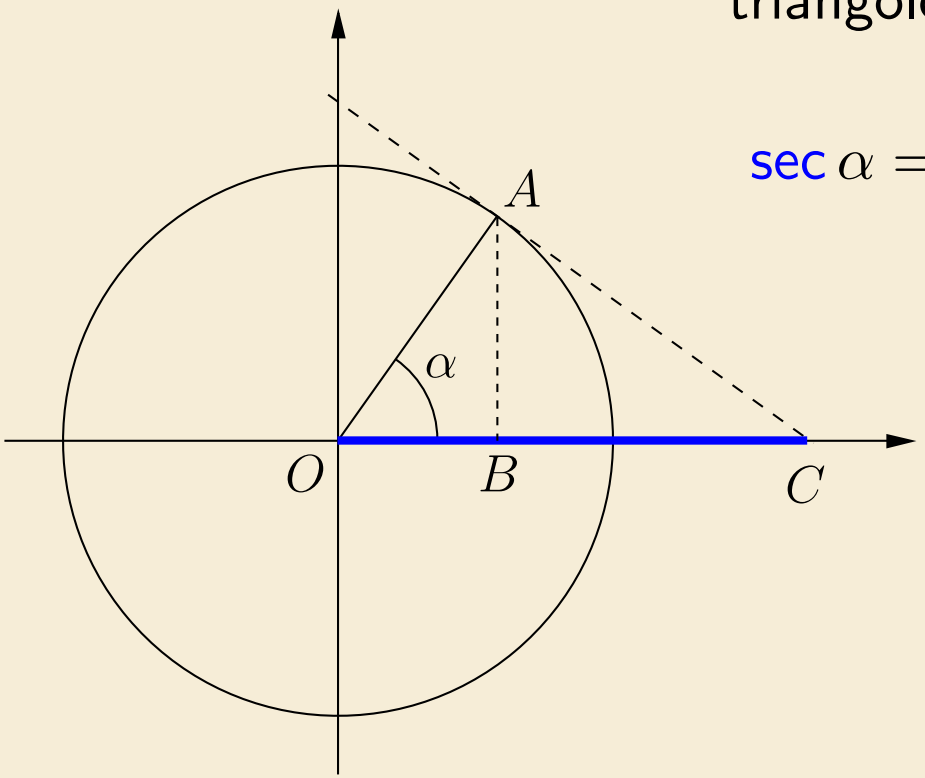

Si può verificare che

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Secante e cosecante

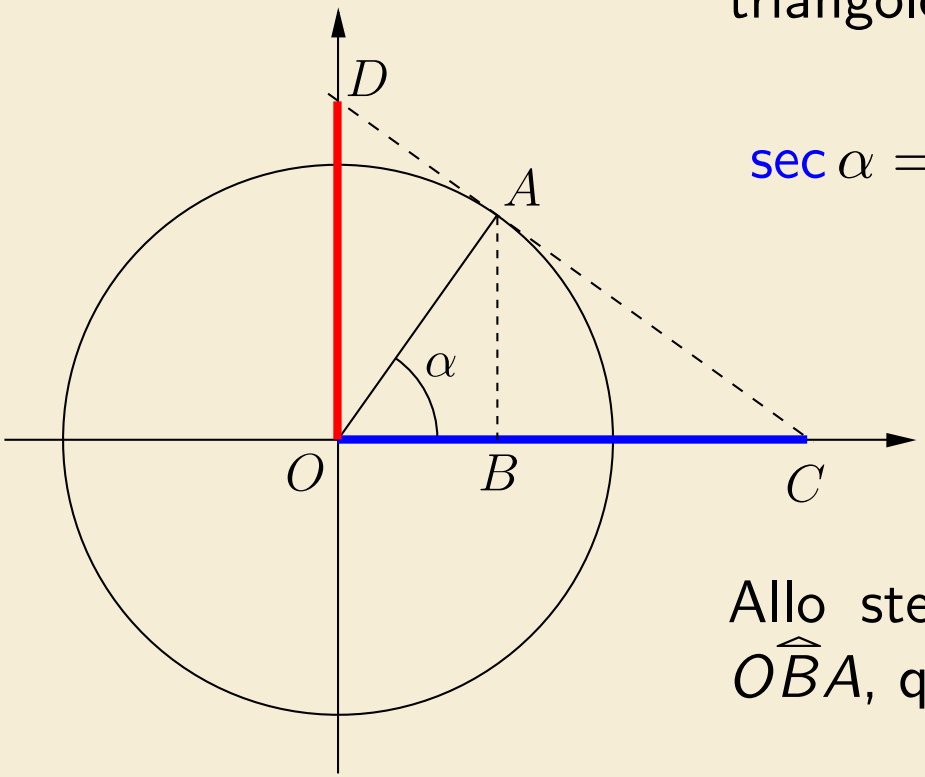



Infatti, il triangolo $O\widehat{A}C$ è simile al triangolo $O\widehat{B}A$, dunque

$$\sec\alpha = OC = \frac{OC}{OA} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA

# Secante e cosecante




Infatti, il triangolo $O\widehat{A}C$ è simile al triangolo $O\widehat{B}A$, dunque

$$\sec\alpha = OC = \frac{OC}{OA} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

Allo stesso modo, $D\widehat{A}O$ è simile a $O\widehat{B}A$, quindi

$$\operatorname{cosec}\alpha = OD = \frac{OD}{OA} = \frac{OA}{AB} = \frac{1}{\sin\alpha}.$$

Alessandro Musesti - ©2009–2010 Nuova Secondaria EDITRICE LA SCUOLA