

CARATTERISTICHE FISICHE DEL SOLE

Ledo Stefanini

Per affrontare questo tema è necessario che gli allievi abbiano preso confidenza con la meccanica newtoniana (gravitazione universale), la termodinamica e l'elettromagnetismo. Può essere quindi un tema su cui si raccolgono le conoscenze acquisite in un triennio. Il viaggio nella fisica solare è molto limitato e, volutamente, evita le difficoltà di tipo matematico. Ma il contenuto fisico è notevole poiché mostra come gran parte di ciò che sappiamo sull'oggetto fisico Sole è basato sulla fisica studiata nei corsi liceali. Mostra anche quali siano la potenza della geometria elementare e della capacità di calcolo: ad esempio della capacità di rappresentare con potenze di dieci numeri enormi. Si tratta, insomma, di un tema che si può proporre come esempio di applicazione "in natura" delle nozioni e degli strumenti conoscitivi acquisiti nel corso liceale.

1. DATI DI PARTENZA

L'Unità Astronomica è la distanza, quasi costante, tra la Terra e il Sole. La sua determinazione è stato uno dei problemi più affascinanti dell'Astronomia. Da quando conosciamo con sufficiente accuratezza la velocità delle onde elettromagnetiche, la possiamo ricavare con metodi RADAR, ovvero misurando quanto tempo intercorre tra il lancio di un radio-impulso e il momento in cui si capta il segnale riflesso. Tale intervallo è di 16,5 minuti. Se si assume che la velocità della luce sia

$$c = 3,00 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

la distanza è circa

$$D_S = 3,00 \times 10^8 \times 16,5 \times 60 \times \frac{1}{2} m \cong 1,5 \times 10^{11} m.$$

Il Sole percorre la sfera celeste su una traccia che ha il nome di *eclittica* e si ritrova nella stessa posizione sullo sfondo delle stelle dopo un tempo

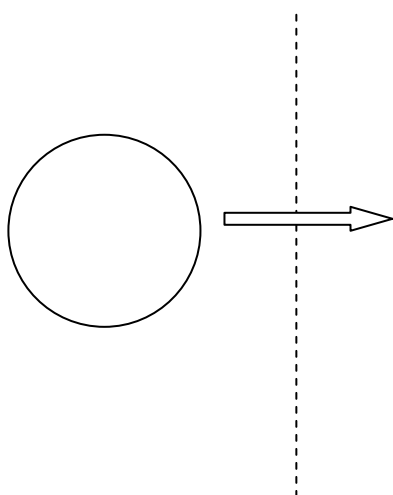
$$T = 3,15 \times 10^7 s$$

A questo intervallo di tempo si dà il nome di *anno*.

1.a) MISURA DEL RAGGIO ANGOLARE



Vi sono molti modi, più o meno accurati, di fare la misura. Uno dei più semplici è il seguente. Si individua una finestra esposta a sud e la si copre con del cartone opaco in cui si è praticato un foro con un chiodo (il profilo del foro non ha importanza). Su un cartone chiaro si raccoglie l'immagine del sole che si sposta al passare del tempo. Si traccia allora un segmento in senso perpendicolare al moto e si misura quanto tempo impiega l'immagine del sole a traversarla.



E' noto che il sole si sposta di 15 gradi all'ora, ovvero di 15 primi al minuto. Il diametro angolare del sole sarà quindi dato da

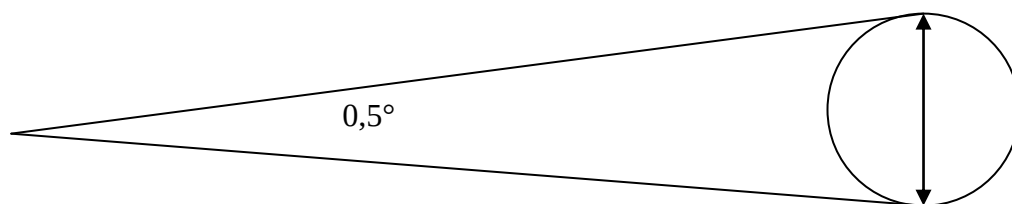
$$\delta(\text{primi}) = 15 \times t$$

dove t è misurato in minuti.

Ciò che si ottiene è circa 30' (mezzo grado).

1.b) RAGGIO

Si ricava dalla distanza e dall'ampiezza angolare (e dalla geometria euclidea):



La similitudine richiede che

$$R = \frac{\delta}{2} \times D = \frac{1}{2} \frac{0,5^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 1,5 \times 10^{11} m = 6,96 \times 10^8 m$$

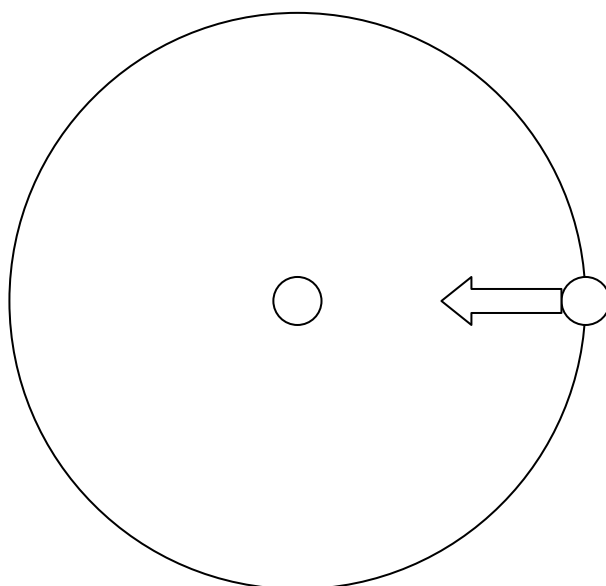
Il raggio del Sole è circa 100 volte più grande di quello della Terra.

1.c) MASSA

Si ricava dalla distanza Terra-Sole e dal periodo di rivoluzione della Terra (e dalla meccanica di Newton + la legge di gravitazione universale).

La meccanica di Newton afferma che se la Terra descrive (nel sistema solidale col Sole) una circonferenza, è per due motivi:

- a) il Sole ha una massa molto maggiore di quella della Terra;
- b) la Terra è soggetta ad una forza costantemente diretta verso il Sole.



L'ipotesi di Newton è che

- a) questa forza sia dovuta ad una misteriosa attrazione che il Sole esercita sulla Terra;
- b) che l'intensità dell'attrazione sia espressa da

$$F \propto \frac{M_{\otimes} m}{d^2} \quad 1-1$$

dove $M_{\otimes}$ ed m sono la massa del Sole e della Terra (con $M_{\otimes} \gg m$) e d la loro distanza. Se si misurano le masse in kg e le distanze in m , la (1) si traduce in

$$F = G \frac{M_{\otimes} m}{d^2} \quad 1-2$$

dove G (la costante di Cavendish) risulta da misure di laboratorio con il valore

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg \, s^2}.$$

L'incontro tra la meccanica di Newton e l'ipotesi della gravitazione produce

$$F = ma = m \Omega^2 d = m \frac{4\pi^2}{T^2} d = G \frac{M_{\otimes} m}{d^2} \quad 1-3$$

da cui (la massa della terra non ha alcun ruolo)

$$M_{\otimes} = \frac{4\pi^2}{G} \frac{d^3}{T^2} \quad 1-4$$

che altro non è che la *terza legge di Keplero*.

Si ricava

$$M_{\otimes} = 2,00 \times 10^{30} \, kg.$$

Da questo risultato e dal raggio, si ricava la densità media della materia solare:

$$\rho_{\otimes} = \frac{M_{\otimes}}{\frac{4}{3} \pi R^3} = 1,8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}.$$

circa il doppio della densità dell'acqua.

1.d) COSTANTE SOLARE

Si indica con questo nome la potenza che si raccoglie, sulla Terra, sull'unità di superficie (fuori dell'atmosfera). Il valore attualmente accettato è

$$S = 1400 \frac{W}{m^2}.$$

Nell'ambito dell'elettromagnetismo, la costante solare è il modulo del Vettore di Poynting per le onde elettromagnetiche generate sul Sole.

Sulla base di questo possiamo calcolare il valore della potenza solare. Infatti, la potenza emessa dal Sole si distribuisce sulla superficie di una sfera di raggio uguale a quello dell'orbita terrestre ($1,5 \times 10^{11} \, m$), quindi su una superficie

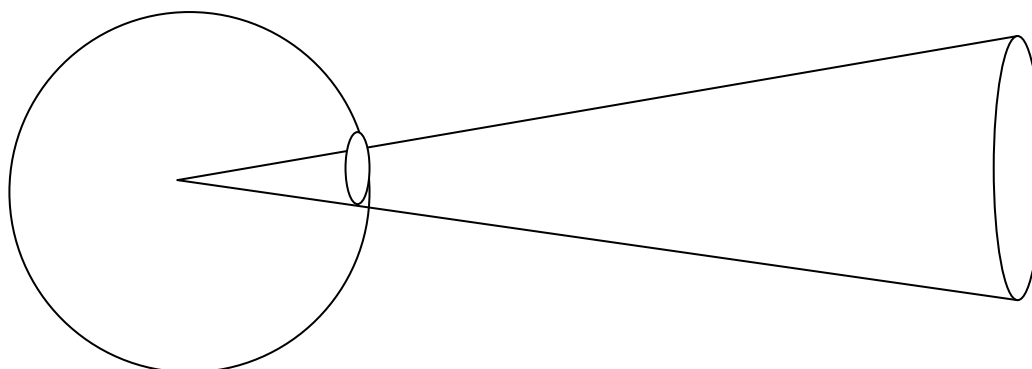
$$4\pi d^2 = 28 \times 10^{22} \, m^2$$

La potenza totale emessa dal Sole è quindi

$$L_{\otimes} = 1400 \times 2,8 \times 10^{23} W = 3,9 \times 10^{26} W \quad 1-5$$

Questa è nota come "luminosità solare".

Da questa è possibile ricavare la "brillanza solare" ovvero la potenza emessa dall'unità di superficie solare. Infatti, quella che sulla Terra (alla distanza di $1,5 \times 10^{11} \, m$ dal centro del Sole) è la superficie di $1 \, m^2$, sulla superficie del Sole (alla distanza dal centro di $7 \times 10^8 \, m$)



è una superficie

$$\left(\frac{1,5 \times 10^{11}}{0,7 \times 10^9} \right)^2 \cong 200^2 = 4 \times 10^4$$

volte più piccola; per cui la costante solare sulla superficie del Sole diventa

$$B \cong 4 \times 10^4 \times 1,4 \times 10^3 \frac{W}{m^2} \cong 6 \times 10^7 \frac{W}{m^2} \quad 1-6$$

Questa è la *brillanza* della superficie solare.

1.e) TEMPERATURA SULLA SUPERFICIE

Il punto di partenza è il modello di *radiatore perfetto*: un corpo capace di emettere radiazioni su tutte le lunghezze d'onda e, di conseguenza, di assorbire tutte le lunghezze d'onda. Viene indicato come *corpo nero*. Un'accettabile approssimazione di *corpo nero* si realizza in laboratorio mediante un contenitore chiuso, dotato solo di un foro: il foro rappresenta il *corpo nero*. La radiazione elettromagnetica emessa dal corpo nero si è cominciato a studiarla alla fine dell'800 e il risultato di questi lavori di laboratorio è stato il cosiddetto *spettro del corpo nero*. In laboratorio è stata scoperta una relazione tra l'energia emessa integralmente (su tutte le lunghezze d'onda) dal radiatore perfetto (la *brillanza* , che si esprime in $\frac{W}{m^2}$) e la sua

temperatura. Tale relazione, nota come “legge di Stephan-Boltzmann”, afferma che la brillanza del radiatore perfetto è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura, ovvero

$$B = \sigma T^4 \quad 1-7$$

dove la costante di proporzionalità ha il valore (determinato con misure di laboratorio) è

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} .$$

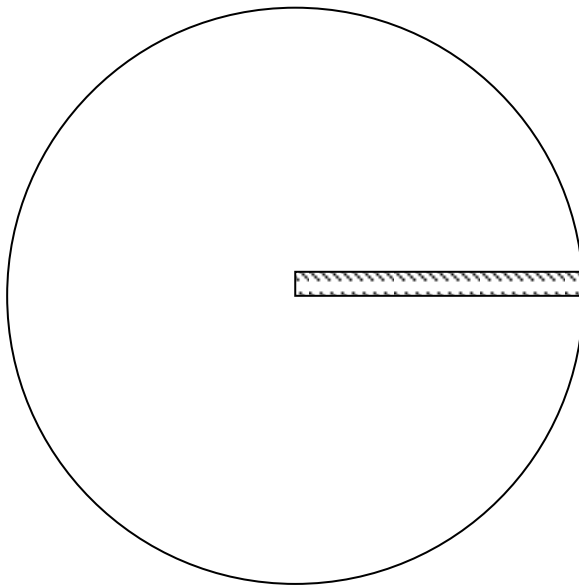
Sulla base dell'assunto che la superficie solare sia un radiatore ideale, possiamo cercare lo spettro del corpo nero che ha una brillanza quanto più vicina possibile a quella del Sole. Cioè

cercare la temperatura in corrispondenza della quale la brillantezza del corpo nero sia uguale a quella del Sole ($6,2 \times 10^7 \text{ W/m}^2$). In base alla legge di Stephan-Boltzmann,

$$B = \sigma T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{6,2 \times 10^7}{5,67 \times 10^{-8}}} K = 5750 K$$

2. PRESSIONE E TEMPERATURA AL CENTRO

L'ipotesi di base è che il sole sia tenuto insieme dalla forza di gravità. Consideriamo allora un cilindro che parta dal centro del Sole e vada fino alla superficie.



Se si trattasse di una colonna di fluido sulla Terra sapremmo quale sarebbe la pressione sul fondo:

$$P = \rho g R \quad 2-1$$

dove g rappresenta il campo gravitazionale sulla superficie della sfera. Sappiamo che questo dipende dalla massa della sfera e dal suo raggio, secondo la legge di gravitazione:

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad 2-2$$

Inserendo questa nella precedente si ottiene

$$P = \rho G \frac{M}{R} \quad 2-3$$

che fornisce una stima dell'ordine di grandezza della pressione al centro del Sole.

Inserendovi i valori della densità media e del raggio, otteniamo

$$p \approx 10^{14} \text{ Pa}$$

Questo è l'ordine di grandezza della pressione al centro del Sole.

Prendiamo ora 1 m^3 di materia solare. Si tratta di un gas di protoni (ed elettroni). Poiché la sua massa è

$\rho_{\odot} = 1,8 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, il numero di moli di protoni che lo costituisce è $n = 1,8 \times 10^6$. Se ora

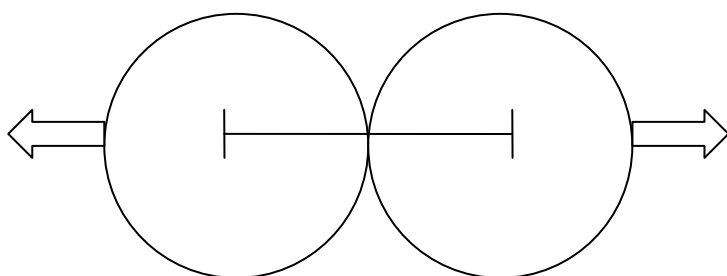
pensiamo che la pressione sia quella che abbiamo prima stimato al centro del Sole e che sia legittimo applicare l'equazione del gas perfetto, ne ricaviamo la temperatura:

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{10^{14}}{1,8 \times 10^6 \times 8,3} \cong 7 \times 10^6 \text{ K}$$

Abbiamo quindi una stima della temperatura al centro del Sole: una decina di milioni di gradi. Al confronto di questa, superficie del Sole è fredda.

3. ENERGIA GRAVITAZIONALE

Abbiamo detto che il sole è tenuto insieme dalle forze gravitazionali. Questo significa che per separarlo nelle particelle di cui è costituito dovremmo compiere lavoro, ovvero fornirgli energia. E' questo che si intende quando si parla di *energia gravitazionale del sole*. Per farne una stima, calcoliamo quanta energia sarebbe necessario spendere per separarlo da un sole identico:



Sappiamo che tale energia sarebbe:

$$E = G \frac{M_{\odot} M_{\odot}}{2R}$$

Il calcolo dell'energia gravitazionale del Sole si potrebbe migliorare, ma l'ordine di grandezza non cambierebbe.

Ciò che è più importante è questa è l'energia *che tiene unito il Sole*, quella che sarebbe necessario fornirgli per separarlo nelle particelle che lo compongono.

Il suo valore è $U \approx 10^{41} \text{ J}$.

4. ENERGIA TERMICA

Le particelle che costituiscono il Sole sono dotate di energia gravitazionale (l'abbiamo visto) e di energia cinetica. L'energia cinetica per particella è $\frac{3}{2} kT$; per conoscere l'energia cinetica (termica) totale bisogna conoscere il numero delle particelle e la temperatura.

La massa del Sole è $2 \times 10^{30} \text{ kg}$. Poiché un grammo di idrogeno è costituito da A protoni (essendo A il numero di Avogadro), il numero dei protoni sarà

$$N_{\odot} = 2 \times 10^{30} \times 10^3 \times 6 \times 10^{23} = 1,2 \times 10^{57}$$

Il numero delle particelle, tenendo conto anche degli elettroni, sarà il doppio.

Per quanto riguarda la temperatura al centro del Sole, abbiamo stimato una decina di milioni di gradi; ma la sua superficie è quasi fredda. Possiamo assumere una temperatura media pari alla metà della temperatura centrale. L'energia cinetica complessiva risulta allora:

$$\left(\frac{3}{2}kT\right)N_{\odot} \approx 2 \times 10^{41} J \quad 4-1$$

Si osservi che l'energia termica è dello stesso ordine di grandezza dell'energia gravitazionale; e questo è un indizio di grande importanza.

Abbiamo anche stimato la luminosità solare, per la quale abbiamo trovato

$$L_{\odot} \cong 4 \times 10^{26} W \quad 1-5$$

Invece che esprimerla in J/s, passiamo ai J/anno:

$$L_{\odot} \cong 4 \times 10^{26} \times 3,15 \times 10^7 \frac{J}{anno} = 1,3 \times 10^{34} \frac{J}{anno}$$

Chiediamoci quanto tempo impiegherebbe il Sole ad emettere tutta l'energia termica che possiede:

$$T = \frac{E_{term}}{L_{\odot}} = \frac{2 \times 10^{41} J}{1,3 \times 10^{34} \frac{J}{anno}} \approx 10^7 anni$$

che è molto più breve della vita del Sole quale risulta dalle testimonianze fossili.

Ledo Stefanini
Università di Pavia-Mantova