Angoli

Alfredo Marzocchi

Università Cattolica del Sacro Cuore
Dipartimento di Matematica e Fisica "Niccolò Tartaglia"
Via dei Musei, 41 – 25121 Brescia (Italy)

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Parte I

percorso normale

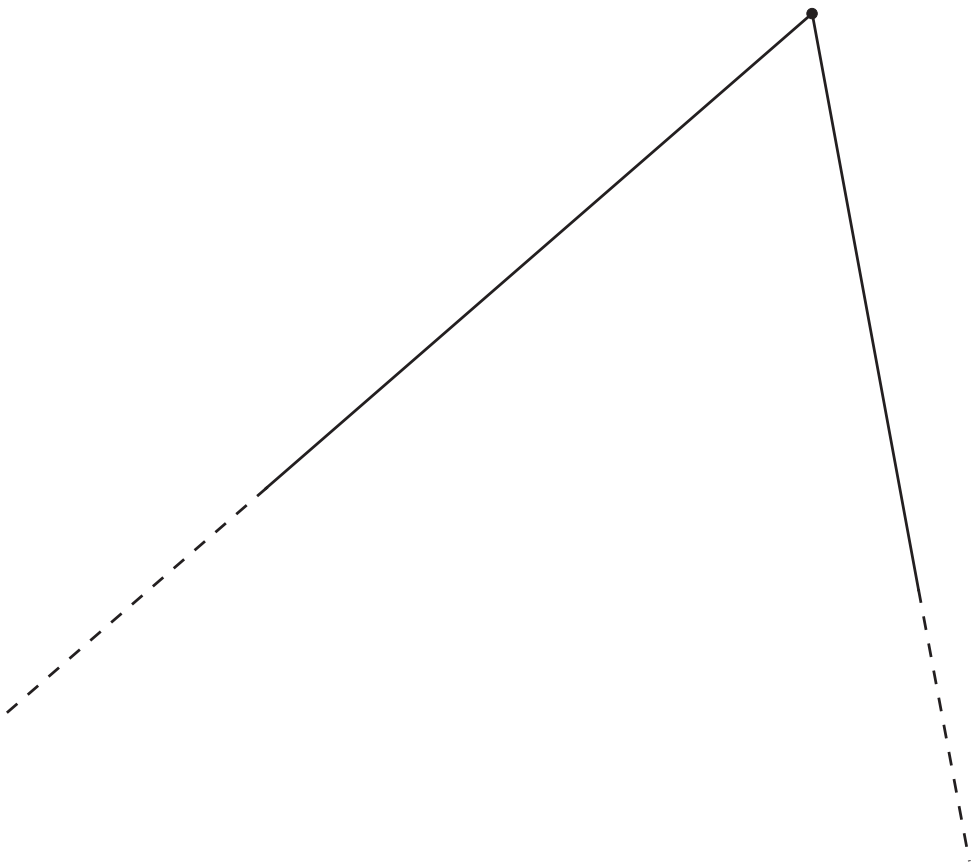
1. Definizioni
2. Casi particolari
3. Congruenza e confronto
4. Angoli consecutivi e loro somma
5. Bisettrici, angoli retti

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo in un piano un punto e due semirette uscenti da quel punto:

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo in un piano un punto e due semirette uscenti da quel punto:



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Assumeremo come intuitivamente evidente che

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Assumeremo come intuitivamente evidente che

Prima proprietà intuitiva degli angoli

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Assumeremo come intuitivamente evidente che

Prima proprietà intuitiva degli angoli

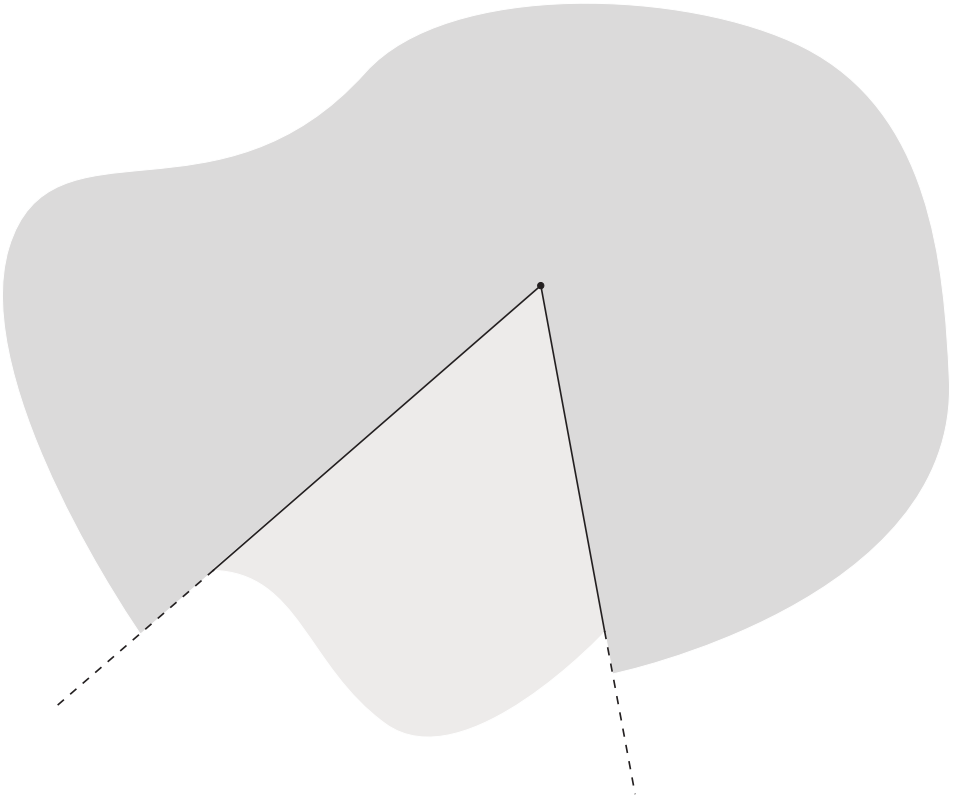
Due semirette uscenti da un punto dividono il piano in due parti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Assumeremo come intuitivamente evidente che

Prima proprietà intuitiva degli angoli

Due semirette uscenti da un punto dividono il piano in due parti.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Seconda proprietà intuitiva degli angoli

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Seconda proprietà intuitiva degli angoli

Una delle due parti è convessa, mentre l'altra contiene i prolungamenti delle semirette.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Seconda proprietà intuitiva degli angoli

Una delle due parti è convessa, mentre l'altra contiene i prolungamenti delle semirette.

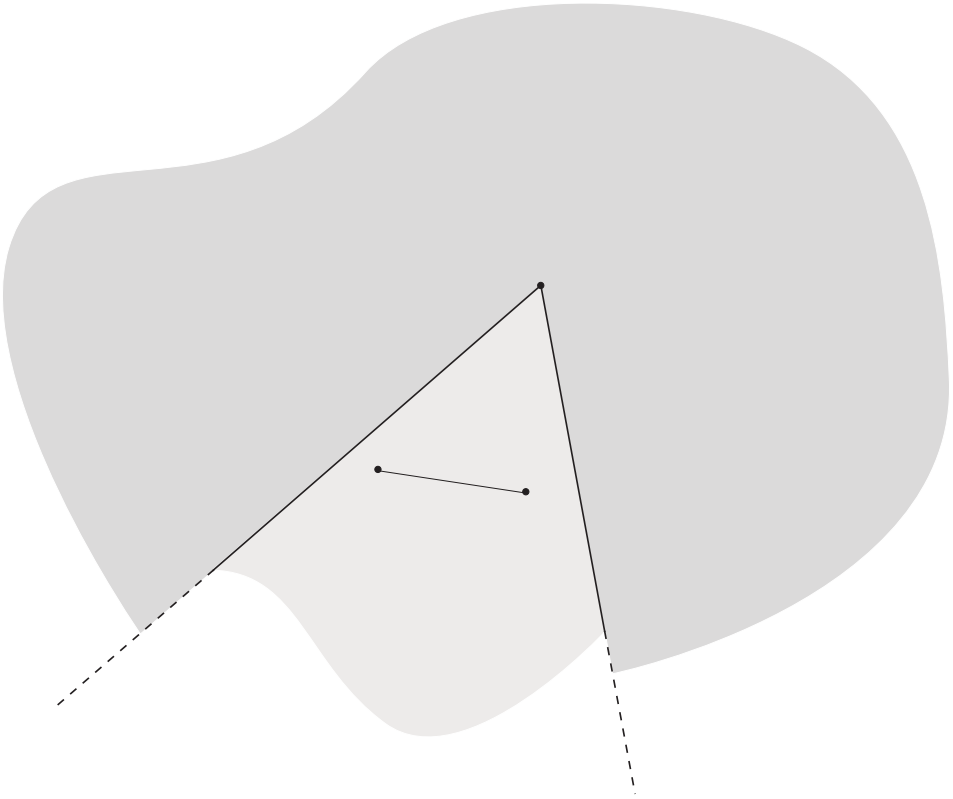
(Convesso significa che il segmento che congiunge due punti qualunque in una parte sta tutto in quella parte)

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Seconda proprietà intuitiva degli angoli

Una delle due parti è convessa, mentre l'altra contiene i prolungamenti delle semirette.

(Convesso significa che il segmento che congiunge due punti qualunque in una parte sta tutto in quella parte)



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

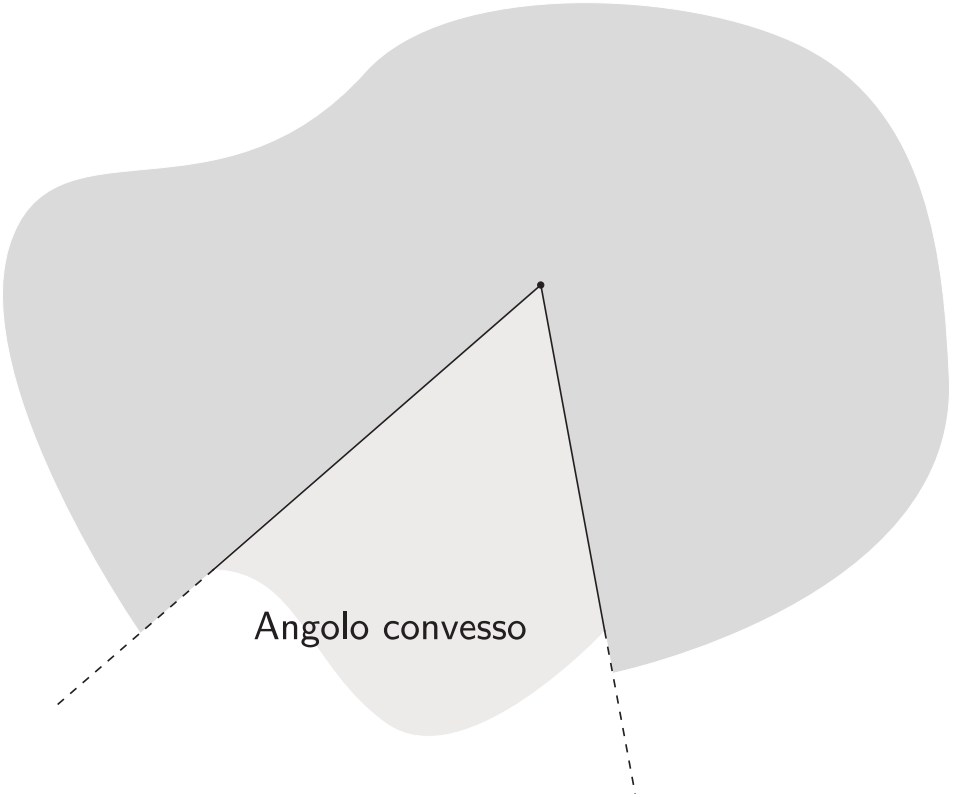
Nomenclatura

La parte convessa che viene individuata si chiama *angolo convesso*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

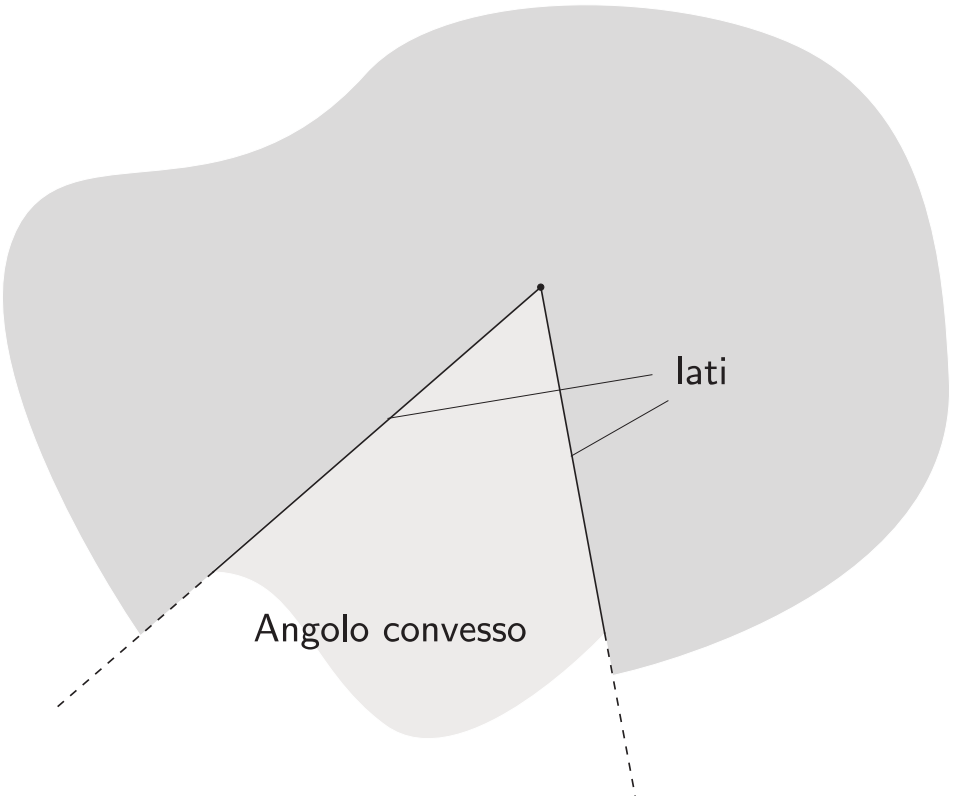
La parte convessa che viene individuata si chiama *angolo convesso*.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

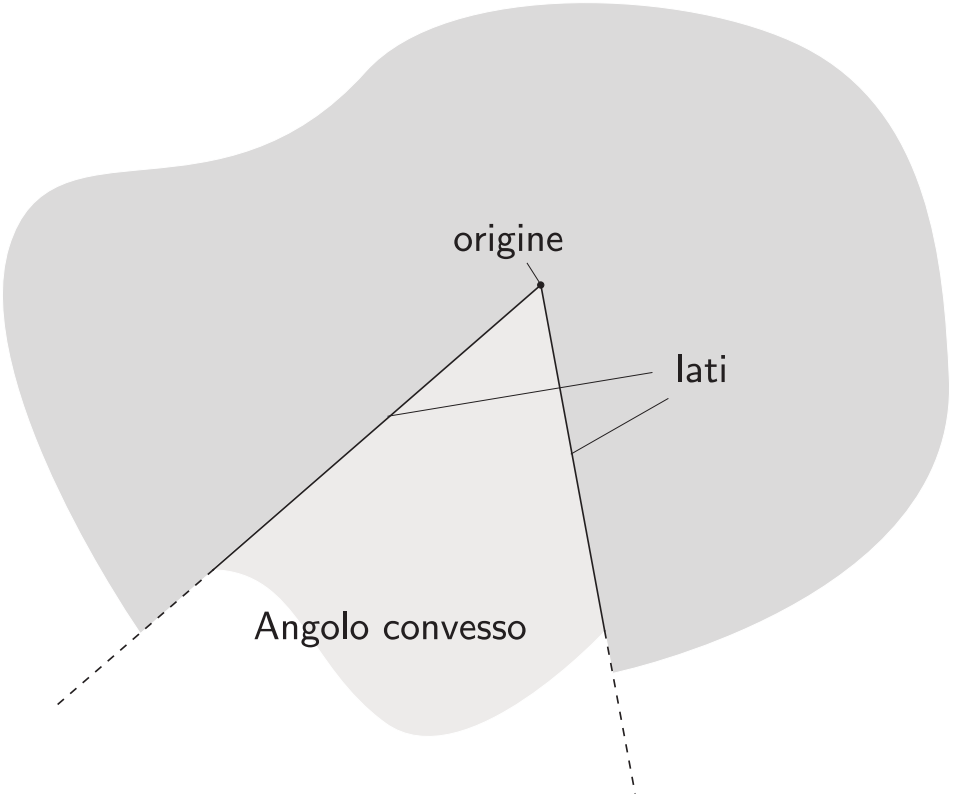
Le semirette (che fanno sempre parte dell'angolo, anche non convesso) si chiamano *lati*.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

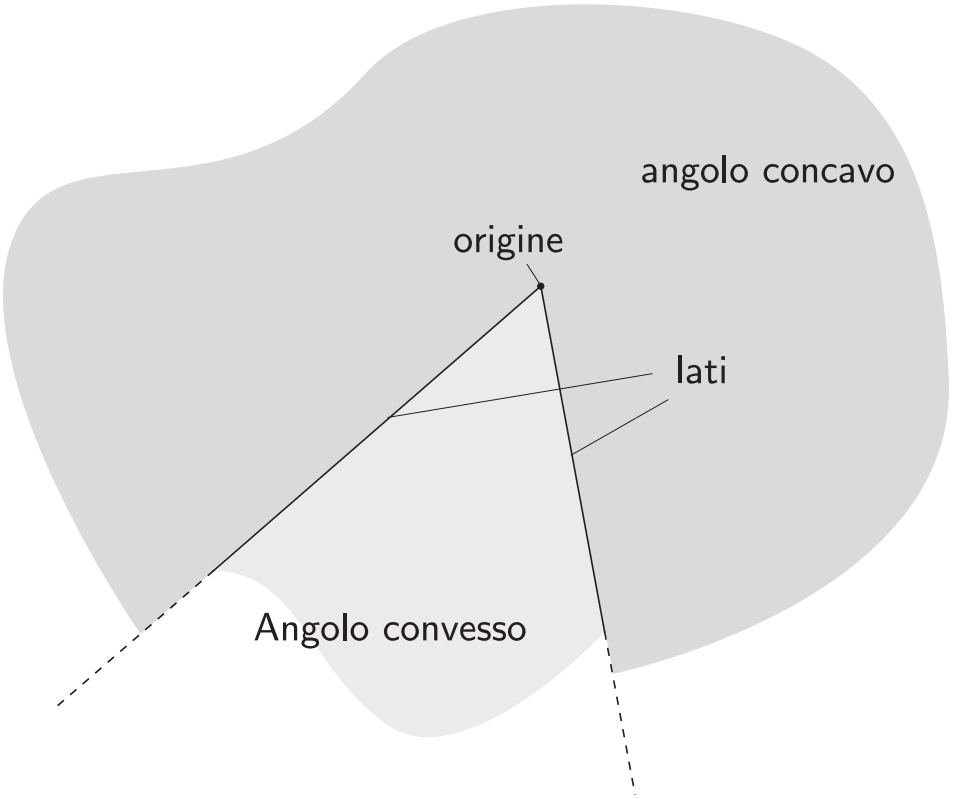
Il punto origine delle semirette si chiama *origine* e fa parte dell'angolo.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

La restante parte (che include i lati) viene detta *angolo concavo*.



Gli angoli vengono scritti di solito con le lettere greche α, β, ecc.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Terza proprietà intuitiva degli angoli

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

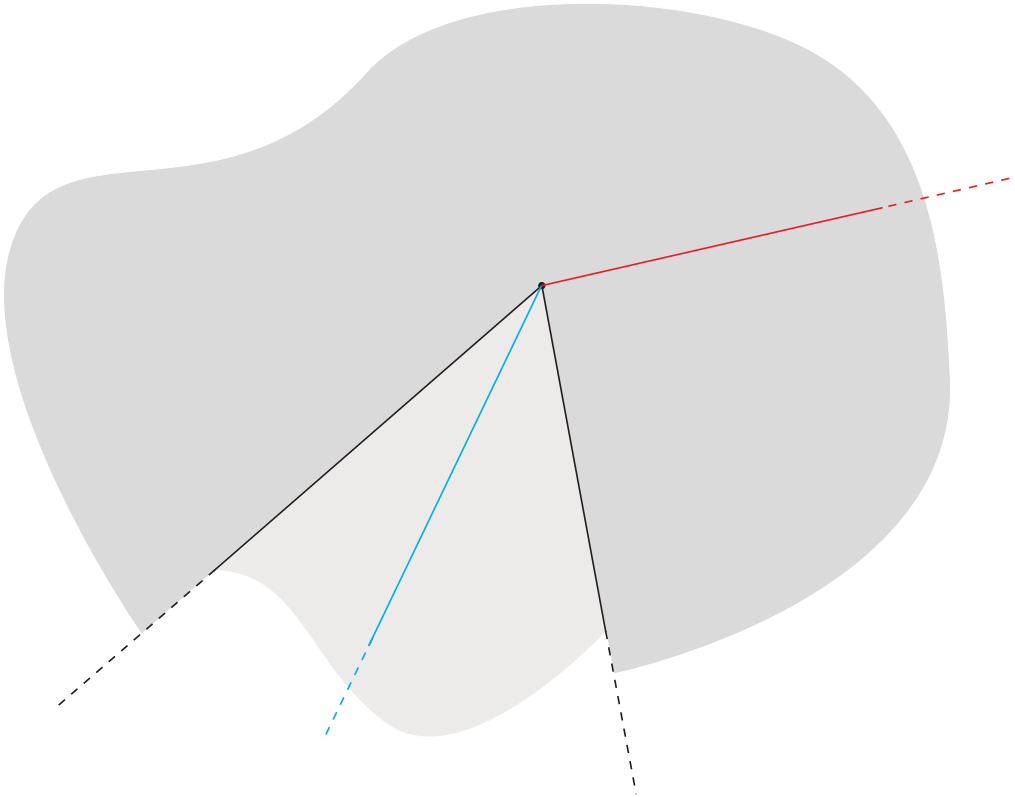
Terza proprietà intuitiva degli angoli

Ogni altra semiretta uscente dall'origine è tutta contenuta in uno dei due angoli.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Terza proprietà intuitiva degli angoli

Ogni altra semiretta uscente dall'origine è tutta contenuta in uno dei due angoli.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

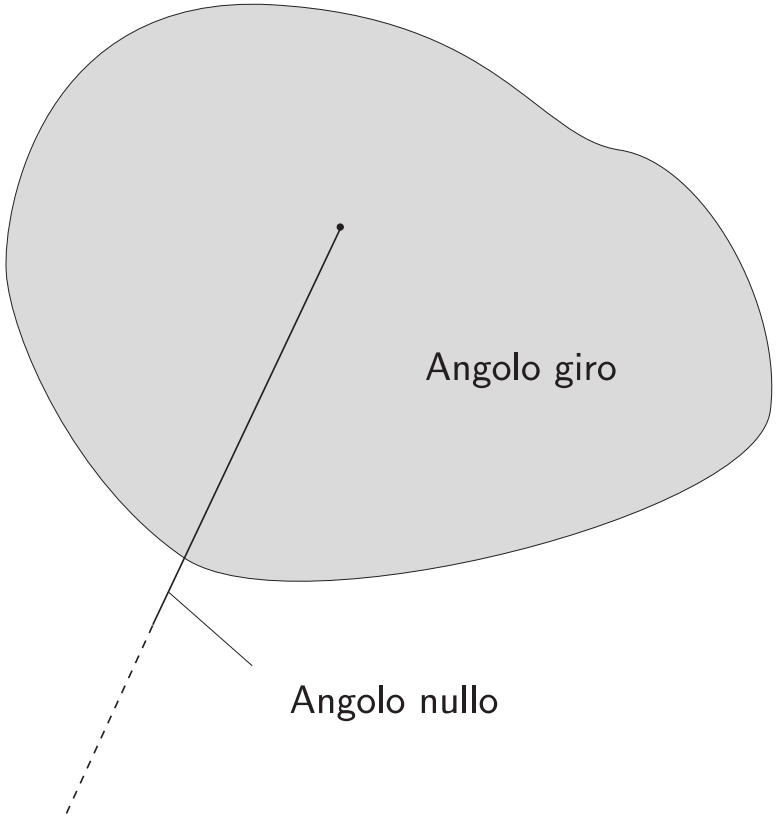
Se le due semirette sono coincidenti, l'angolo convesso si riduce alla sola semiretta, mentre quello concavo all'intero piano.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Se le due semirette sono coincidenti, l'angolo convesso si riduce alla sola semiretta, mentre quello concavo all'intero piano.
Essi si chiamano *angolo nullo* e *angolo giro*, rispettivamente.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Se le due semirette sono coincidenti, l'angolo convesso si riduce alla sola semiretta, mentre quello concavo all'intero piano.
Essi si chiamano *angolo nullo* e *angolo giro*, rispettivamente.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Casi particolari

Se le due semirette appartengono alla stessa retta, l'angolo convesso diviene un semipiano, e così pure l'angolo concavo.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

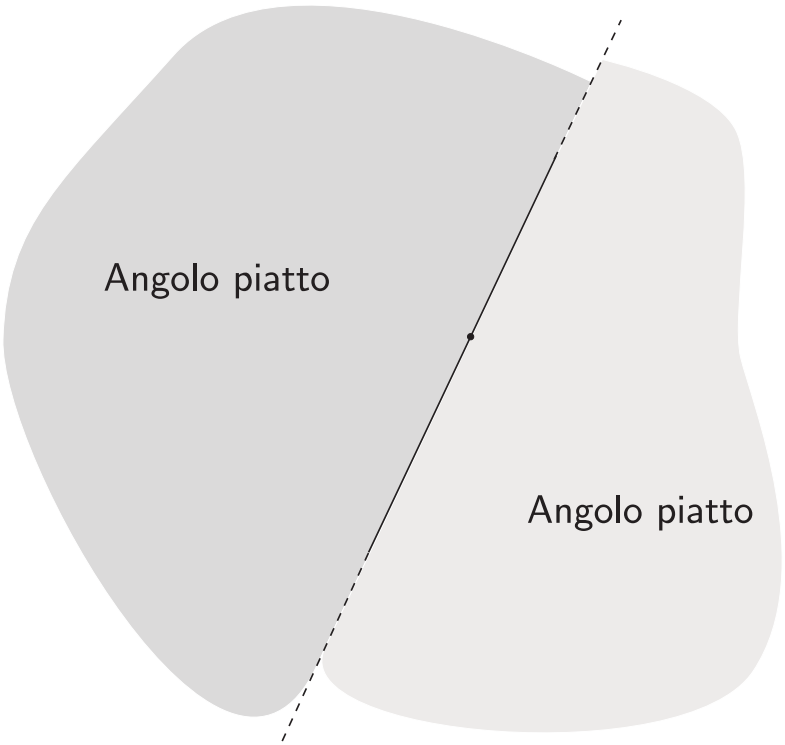
Casi particolari

Se le due semirette appartengono alla stessa retta, l'angolo convesso diviene un semipiano, e così pure l'angolo concavo.
Un angolo costituito da un semipiano si dice *angolo piatto*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Casi particolari

Se le due semirette appartengono alla stessa retta, l'angolo convesso diviene un semipiano, e così pure l'angolo concavo.
Un angolo costituito da un semipiano si dice *angolo piatto*.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse. Per definire però il concetto di "ampiezza" occorre poter *identificare* angoli diversi. Questo viene fatto con il concetto di *congruenza*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse. Per definire però il concetto di "ampiezza" occorre poter *identificare* angoli diversi. Questo viene fatto con il concetto di *congruenza*.
Il concetto di congruenza è intuitivo: corrisponde grosso modo a un "movimento rigido" che sposta i punti e gli enti geometrici senza alterare le distanze.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse.
Per definire però il concetto di "ampiezza" occorre poter *identificare* angoli diversi. Questo viene fatto con il concetto di *congruenza*.
Il concetto di congruenza è intuitivo: corrisponde grosso modo a un "movimento rigido" che sposta i punti e gli enti geometrici senza alterare le distanze.
Due enti geometrici per i quali vi è una congruenza che sovrappone tutti i punti del primo a quelli del secondo si dicono *congruenti*.
Richiamiamo allora che

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse. Per definire però il concetto di "ampiezza" occorre poter *identificare* angoli diversi. Questo viene fatto con il concetto di *congruenza*.
Il concetto di congruenza è intuitivo: corrisponde grosso modo a un "movimento rigido" che sposta i punti e gli enti geometrici senza alterare le distanze.
Due enti geometrici per i quali vi è una congruenza che sovrappone tutti i punti del primo a quelli del secondo si dicono *congruenti*.
Richiamiamo allora che

Proprietà intuitiva delle semirette

Date due semirette nel piano, esiste un'unica congruenza che sovrappone una all'altra.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

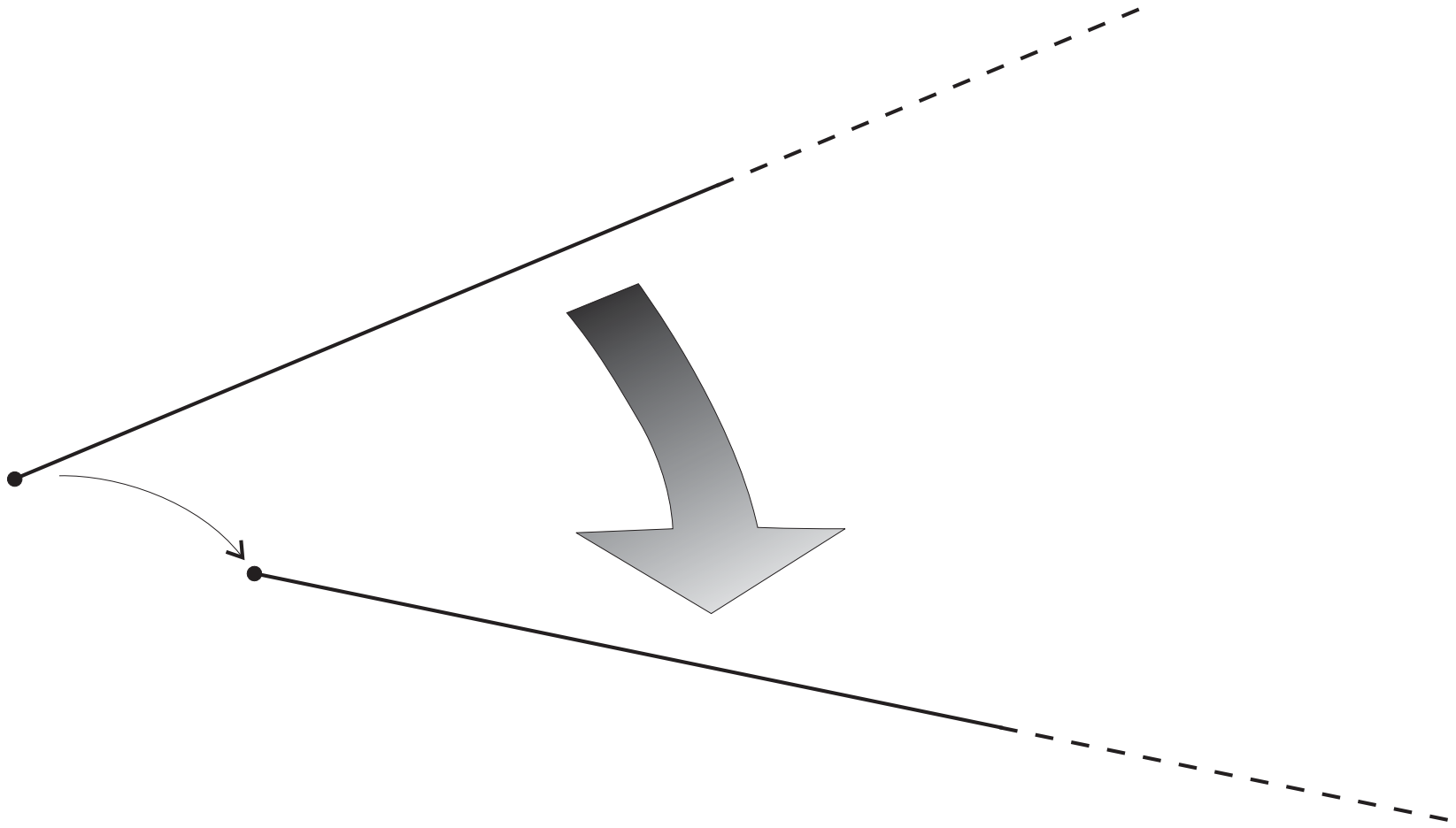
In quanto parti diverse del piano, angoli con origini diverse sono diverse. Per definire però il concetto di "ampiezza" occorre poter *identificare* angoli diversi. Questo viene fatto con il concetto di *congruenza*.
Il concetto di congruenza è intuitivo: corrisponde grosso modo a un "movimento rigido" che sposta i punti e gli enti geometrici senza alterare le distanze.
Due enti geometrici per i quali vi è una congruenza che sovrappone tutti i punti del primo a quelli del secondo si dicono *congruenti*.
Richiamiamo allora che

Proprietà intuitiva delle semirette

Date due semirette nel piano, esiste un'unica congruenza che sovrappone una all'altra.

Quindi due semirette qualunque sono congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

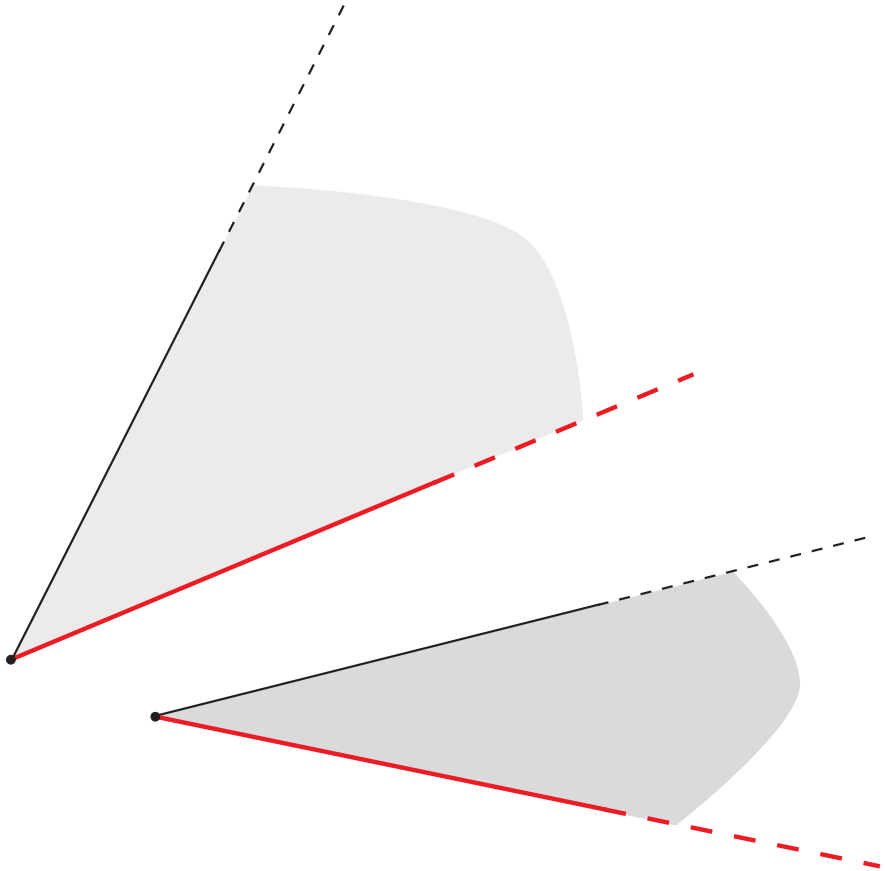
Confronto di angoli

Supponiamo di avere due angoli diversi e di scegliere un loro lato per ciascuno (in rosso nella figura).

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

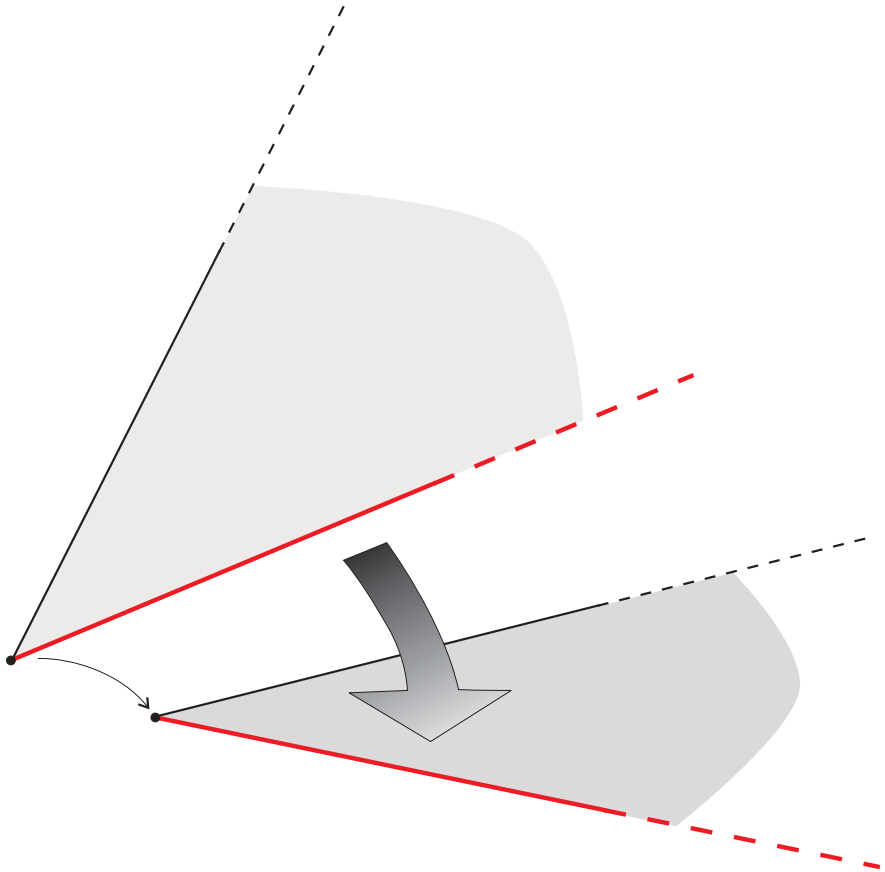
Supponiamo di avere due angoli diversi e di scegliere un loro lato per ciascuno (in rosso nella figura).



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

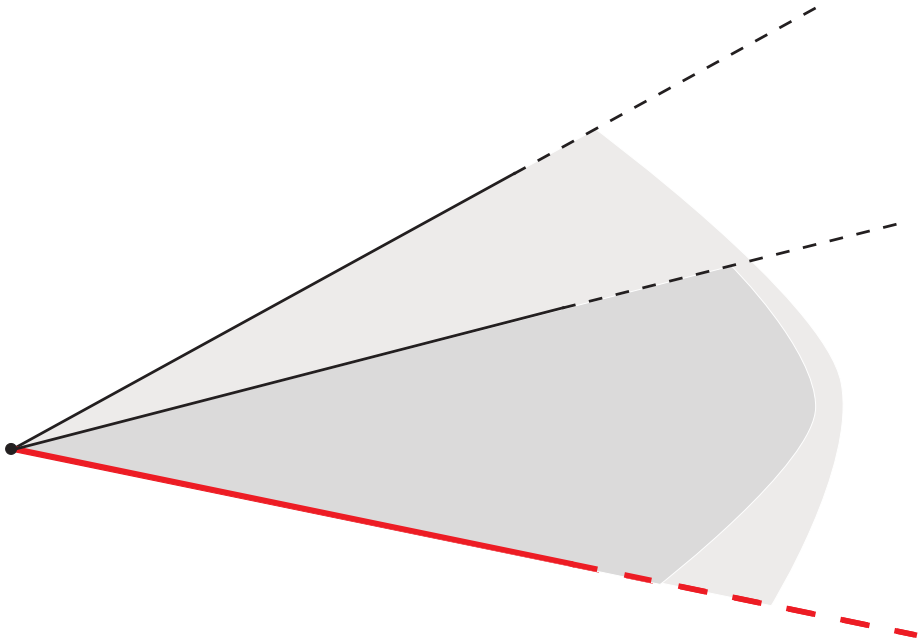
A questo punto esiste un'unica congruenza che sovrappone un lato all'altro...



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Non dimentichiamo che la congruenza sposta *tutti* i punti, per cui anche l'altro lato viene spostato.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Chiamiamo s il secondo lato dell'angolo "rimasto fermo" e s' il secondo lato dell'angolo "che si è mosso".

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Chiamiamo s il secondo lato dell'angolo "rimasto fermo" e s' il secondo lato dell'angolo "che si è mosso".
A questo punto si danno tre casi:

1. s' appartiene all'angolo "rimasto fermo";

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Chiamiamo s il secondo lato dell'angolo "rimasto fermo" e s' il secondo lato dell'angolo "che si è mosso".
A questo punto si danno tre casi:

1. s' appartiene all'angolo "rimasto fermo";
2. s' coincide con s;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Chiamiamo s il secondo lato dell'angolo "rimasto fermo" e s' il secondo lato dell'angolo "che si è mosso".
A questo punto si danno tre casi:

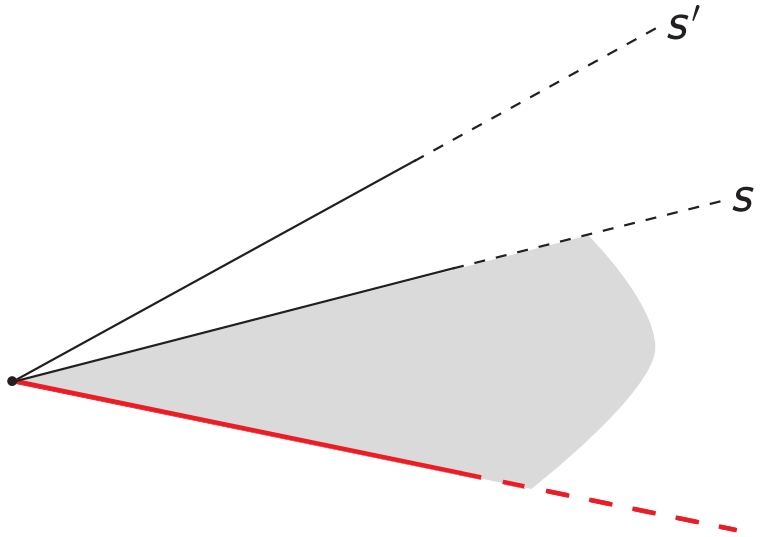
1. s' appartiene all'angolo "rimasto fermo";
2. s' coincide con s;
3. s' non appartiene all'angolo "rimasto fermo".

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Chiamiamo s il secondo lato dell'angolo "rimasto fermo" e s' il secondo lato dell'angolo "che si è mosso".
A questo punto si danno tre casi:

1. s' appartiene all'angolo "rimasto fermo";
2. s' coincide con s;
3. s' non appartiene all'angolo "rimasto fermo".



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

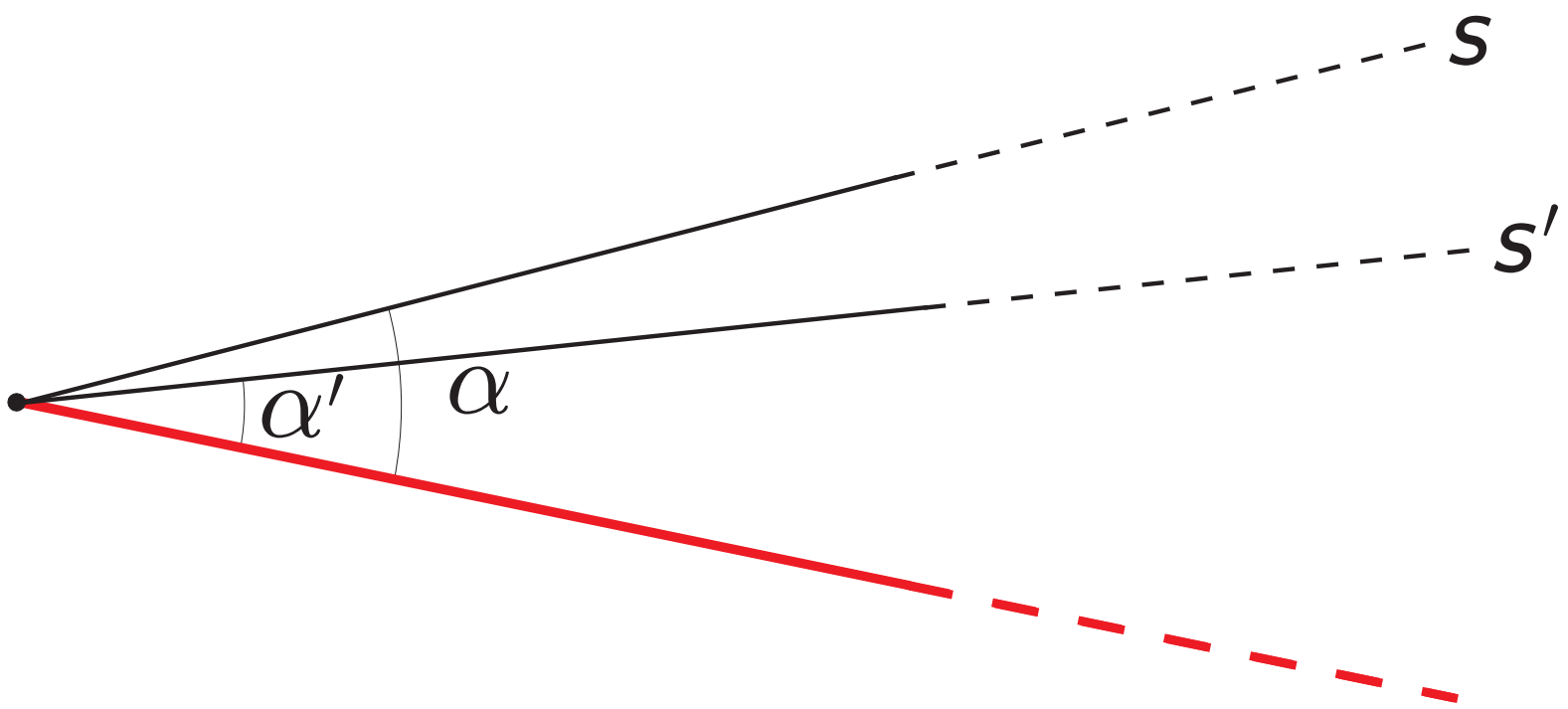
Confronto di angoli

Nel primo caso l'angolo "fermo" α è detto *maggiore* dell'angolo α'.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Nel primo caso l'angolo "fermo" α è detto *maggiore* dell'angolo α'.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

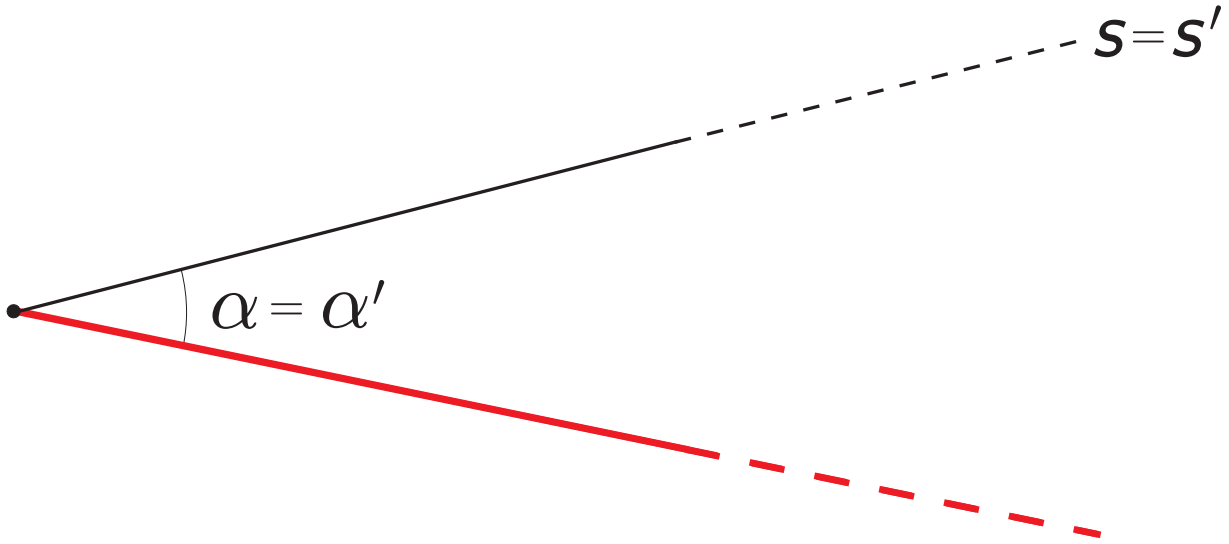
Confronto di angoli

Nel secondo casi i due angoli sono congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

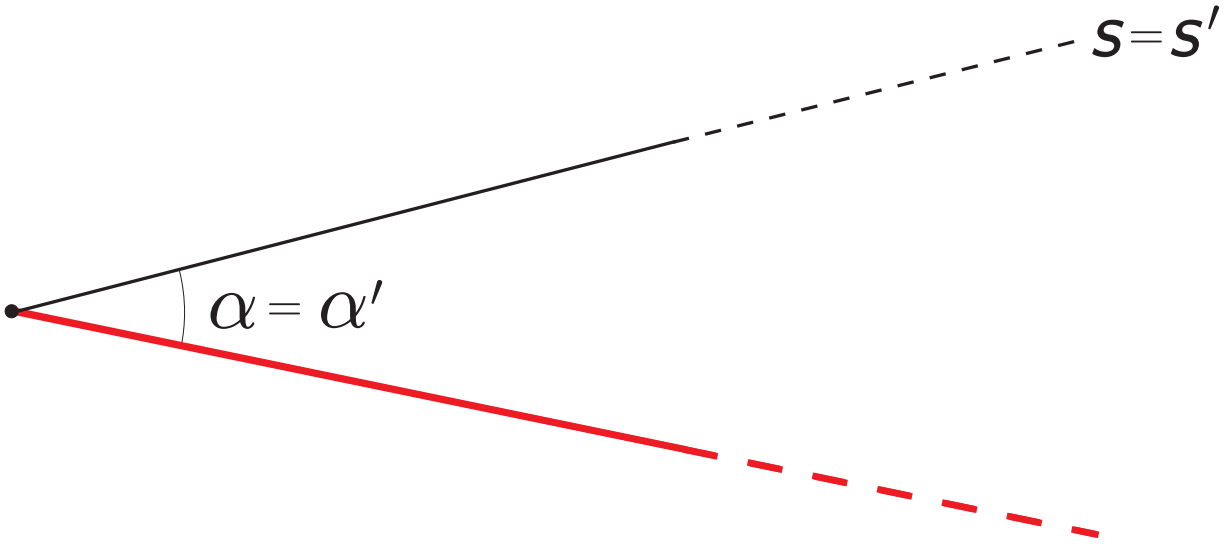
Nel secondo casi i due angoli sono congruenti.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Nel secondo casi i due angoli sono congruenti.



(Bisognerebbe dimostrare che *tutti i punti* dei due angoli vengono a coincidere, cosa che prendiamo per evidente dalla figura, e che la congruenza non dipende da quali dei due lati degli angoli vanno sovrapposti.)

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

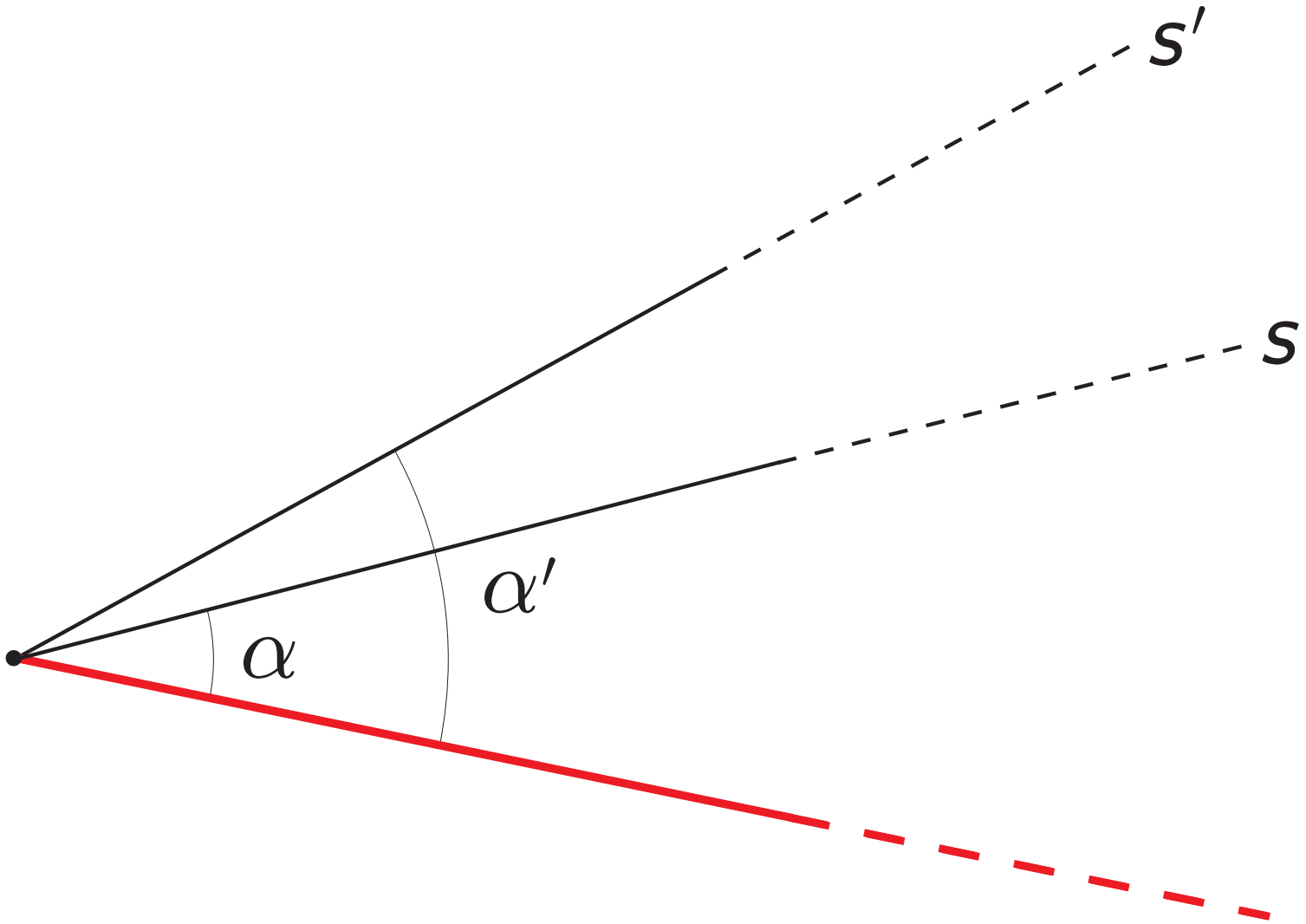
Confronto di angoli

Nel terzo caso l'angolo "fermo" α è detto *minore* dell'angolo α'.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

Nel terzo caso l'angolo "fermo" α è detto *minore* dell'angolo α'.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

In modo analogo si può definire cosa significa che un angolo è *minore o uguale*, *maggiore o uguale* di un altro angolo, e si usano i simboli $\leqslant, \geqslant$ rispettivamente.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

In modo analogo si può definire cosa significa che un angolo è *minore o uguale*, *maggiore o uguale* di un altro angolo, e si usano i simboli $\leqslant, \geqslant$ rispettivamente.
Si può poi dimostrare, cosa che prendiamo per intuitiva, che

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

In modo analogo si può definire cosa significa che un angolo è *minore o uguale*, *maggiore o uguale* di un altro angolo, e si usano i simboli $\leqslant, \geqslant$ rispettivamente.
Si può poi dimostrare, cosa che prendiamo per intuitiva, che

Teorema

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

In modo analogo si può definire cosa significa che un angolo è *minore o uguale*, *maggiore o uguale* di un altro angolo, e si usano i simboli $\leqslant, \geqslant$ rispettivamente.
Si può poi dimostrare, cosa che prendiamo per intuitiva, che

Teorema

Se di due angoli α, β si sa che $\alpha \leqslant \beta$ e $\alpha \geqslant \beta$, allora i due angoli sono congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Confronto di angoli

In modo analogo si può definire cosa significa che un angolo è *minore o uguale*, *maggiore o uguale* di un altro angolo, e si usano i simboli $\leqslant, \geqslant$ rispettivamente.
Si può poi dimostrare, cosa che prendiamo per intuitiva, che

Teorema

Se di due angoli α, β si sa che $\alpha \leqslant \beta$ e $\alpha \geqslant \beta$, allora i due angoli sono congruenti.

Spesso, infine, si chiamano *uguali* angoli congruenti, in quanto si ha interesse alla loro ampiezza piuttosto che all'origine.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo due angoli α e β.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo due angoli α e β.
Diciamo che α è *consecutivo* a β se:

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo due angoli α e β.
Diciamo che α è *consecutivo* a β se:

1. hanno un lato sovrapposto;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

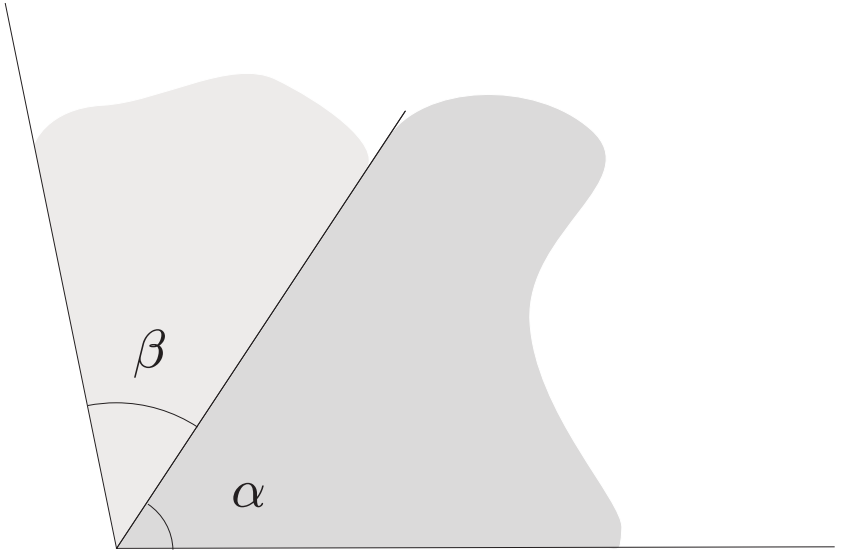
Prendiamo due angoli α e β.
Diciamo che α è *consecutivo* a β se:

1. hanno un lato sovrapposto;
2. il lato di β non sovrapposto a quello di α *non* appartiene all'angolo α.

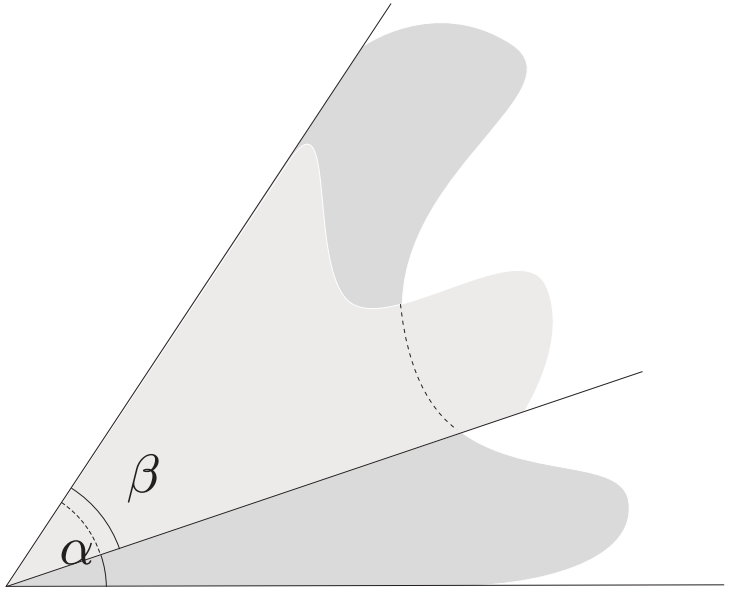
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo due angoli α e β.
Diciamo che α è *consecutivo* a β se:

1. hanno un lato sovrapposto;
2. il lato di β non sovrapposto a quello di α *non* appartiene all'angolo α.



consecutivi

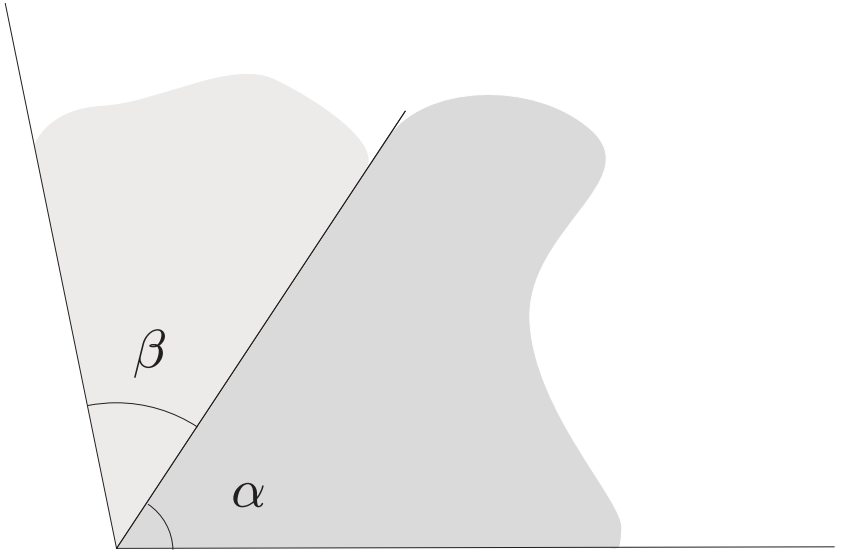


non consecutivi

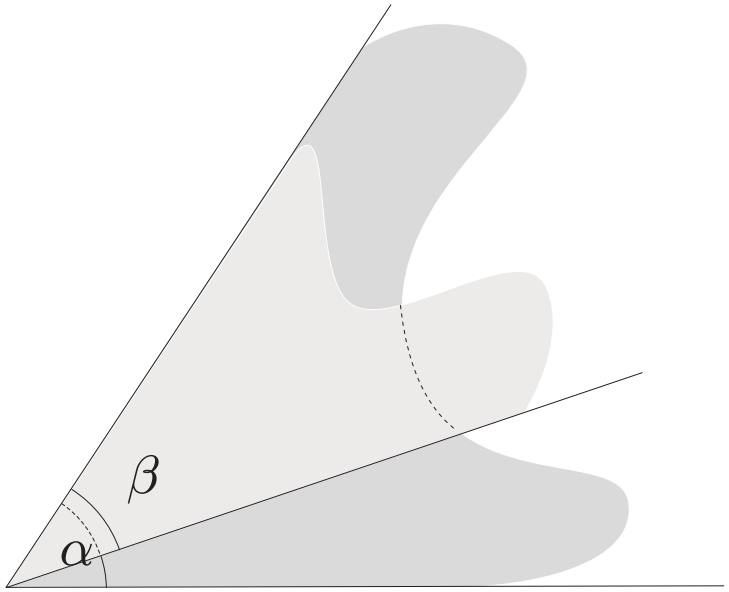
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Prendiamo due angoli α e β.
Diciamo che α è *consecutivo* a β se:

1. hanno un lato sovrapposto;
2. il lato di β non sovrapposto a quello di α *non* appartiene all'angolo α.



consecutivi



non consecutivi

Si può dimostrare che se α è consecutivo a β, allora anche β è consecutivo ad α, quindi si dice che "α e β *sono consecutivi*".

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

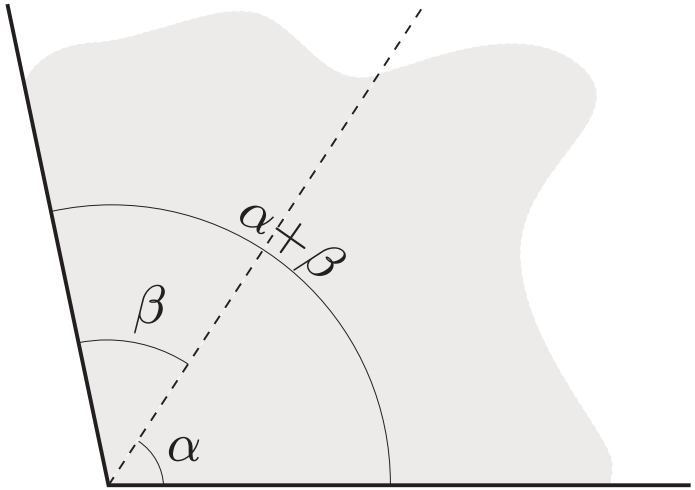
L'angolo individuato dai lati *non* sovrapposti e contenente il lato sovrapposto si dice *somma* di α e β

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

L'angolo individuato dai lati *non* sovrapposti e contenente il lato sovrapposto si dice *somma* di α e β (è evidente da questa definizione che $\alpha + \beta = \beta + \alpha$).

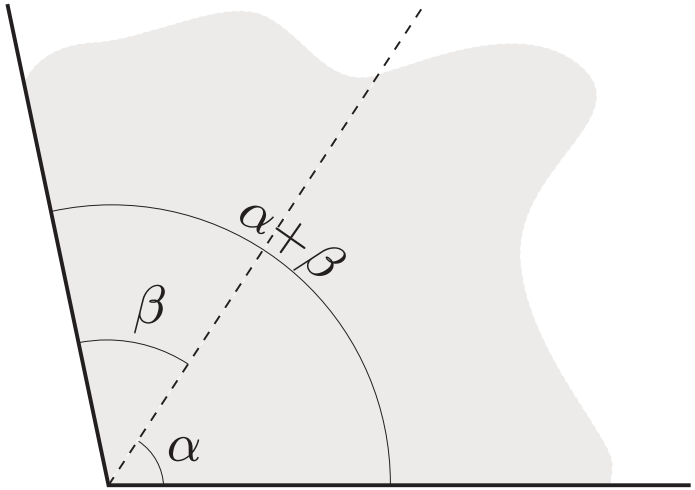
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

L'angolo individuato dai lati *non* sovrapposti e contenente il lato sovrapposto si dice *somma* di α e β (è evidente da questa definizione che $\alpha + \beta = \beta + \alpha$).



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

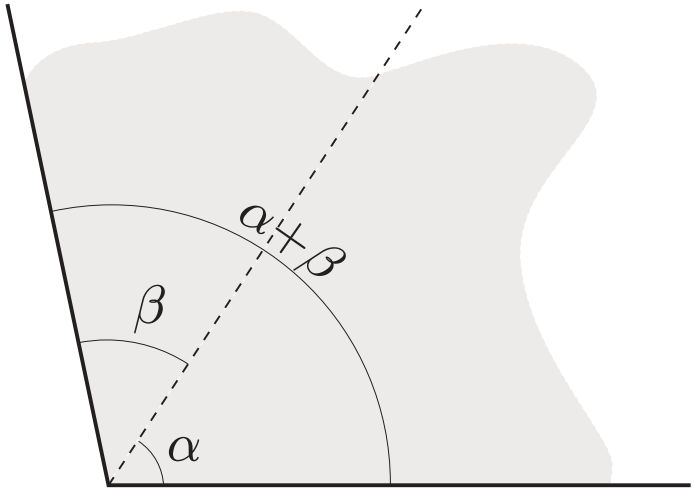
L'angolo individuato dai lati *non* sovrapposti e contenente il lato sovrapposto si dice *somma* di α e β (è evidente da questa definizione che $\alpha + \beta = \beta + \alpha$).



Se i due angoli hanno origini diverse, si può definire la loro somma traslandone uno in modo che risultino consecutivi ed ottenerne la somma come indicato.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

L'angolo individuato dai lati *non* sovrapposti e contenente il lato sovrapposto si dice *somma* di α e β (è evidente da questa definizione che $\alpha + \beta = \beta + \alpha$).



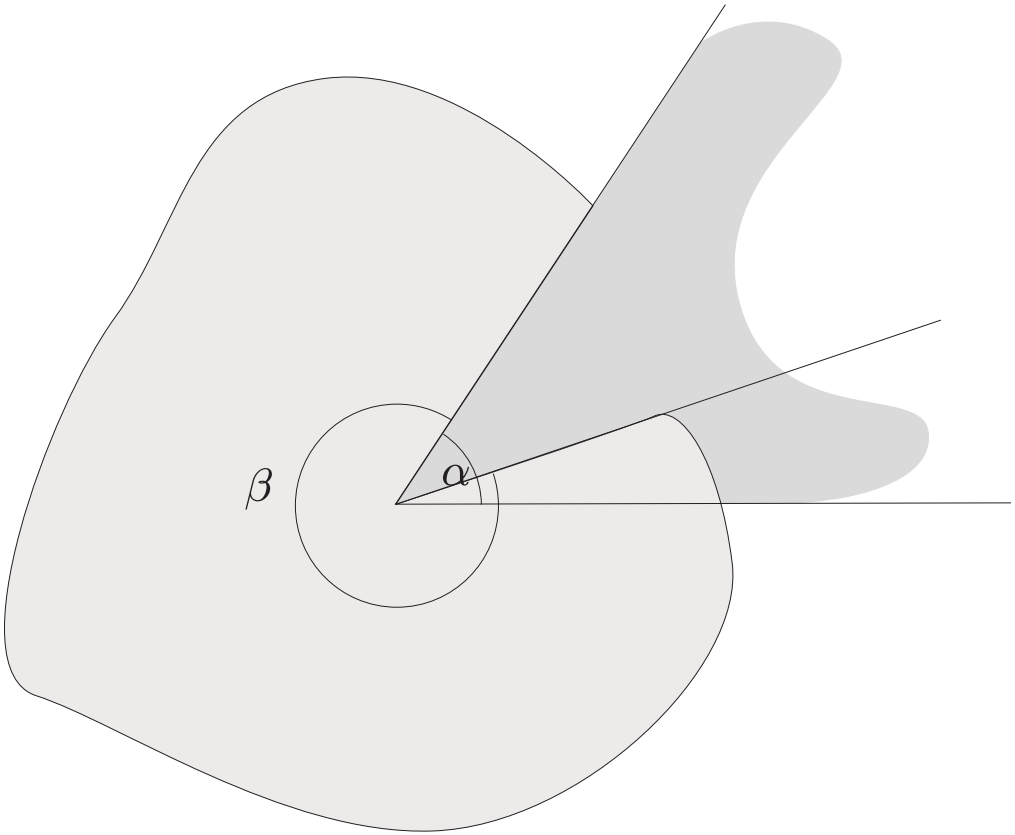
Se i due angoli hanno origini diverse, si può definire la loro somma traslandone uno in modo che risultino consecutivi ed ottenerne la somma come indicato.
Si può dimostrare che anche la somma di angoli con origini diverse è commutativa, a patto di considerare "uguali" angoli congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Questa somma però non è interna, in quanto potrebbe essere possibile che il lato di β non sovrapposto a quello di α appartenga ad α perché β è "troppo grande"

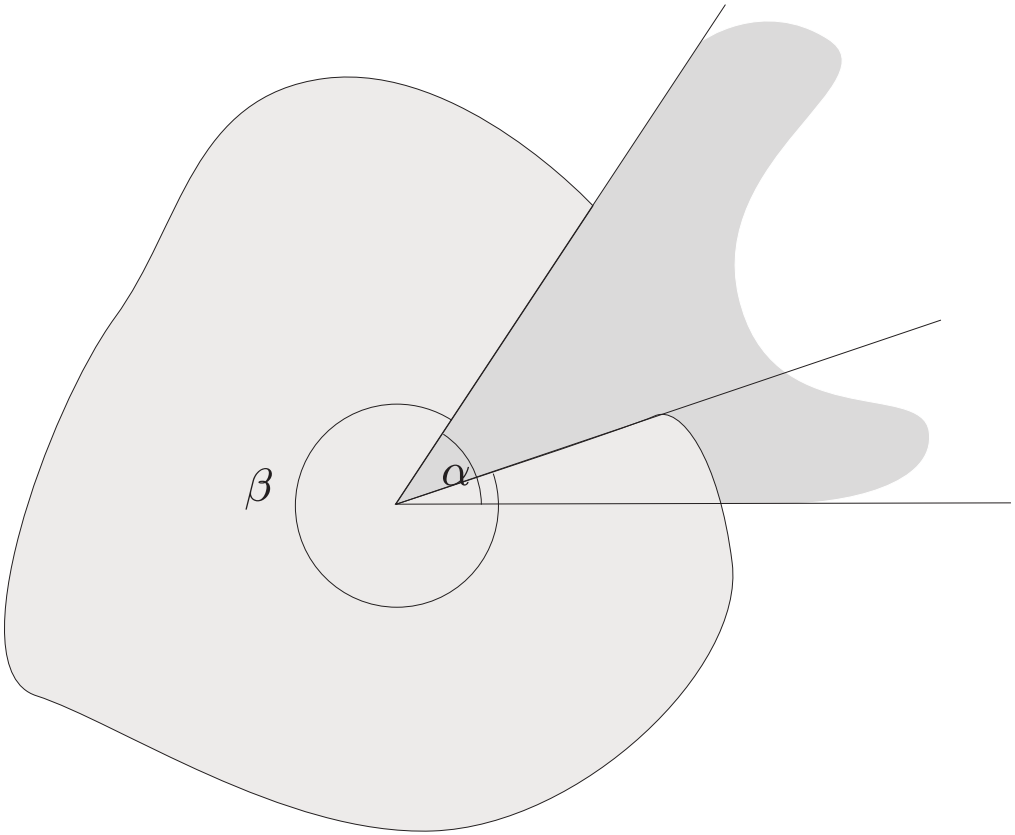
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Questa somma però non è interna, in quanto potrebbe essere possibile che il lato di β non sovrapposto a quello di α appartenga ad α perché β è "troppo grande"



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

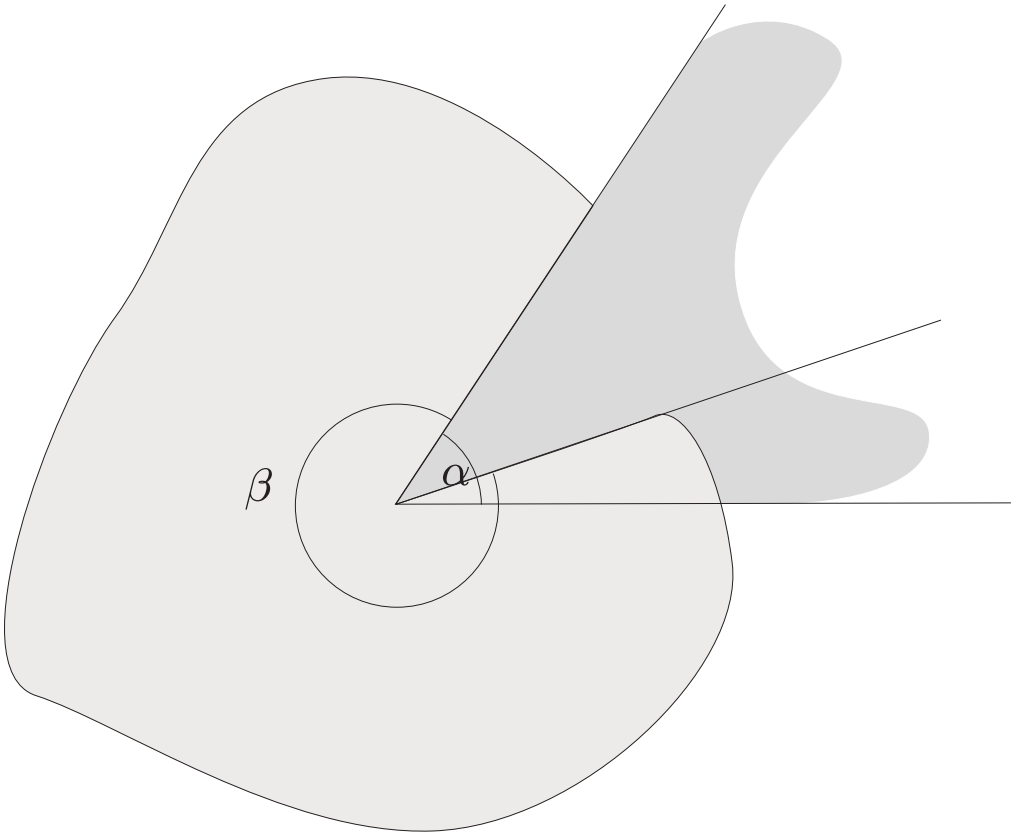
Questa somma però non è interna, in quanto potrebbe essere possibile che il lato di β non sovrapposto a quello di α appartenga ad α perché β è "troppo grande"



In questo caso si può definire la somma di angoli "tenendo conto del numero di giri"

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Questa somma però non è interna, in quanto potrebbe essere possibile che il lato di β non sovrapposto a quello di α appartenga ad α perché β è "troppo grande"



In questo caso si può definire la somma di angoli "tenendo conto del numero di giri" (nel caso in figura, la somma è superiore a un giro).

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

Proprietà della somma di angoli

1. è associativa;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

Proprietà della somma di angoli

1. è associativa;
2. è commutativa;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

Proprietà della somma di angoli

1. è associativa;
2. è commutativa;
3. ammette un elemento neutro (l'angolo nullo);

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

Proprietà della somma di angoli

1. è associativa;
2. è commutativa;
3. ammette un elemento neutro (l'angolo nullo);
4. dato un angolo α maggiore o uguale ad un altro angolo β, esiste un unico angolo δ tale che $\alpha = \beta + \delta$.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Proprietà della somma di angoli

La somma, ove sia definita (dunque riferita al primo giro), possiede alcune proprietà che assumeremo dimostrate:

Proprietà della somma di angoli

1. è associativa;
2. è commutativa;
3. ammette un elemento neutro (l'angolo nullo);
4. dato un angolo α maggiore o uguale ad un altro angolo β, esiste un unico angolo δ tale che $\alpha = \beta + \delta$.

In particolare, l'ultima proprietà permette di introdurre in modo univoco la *differenza* $\delta = \alpha - \beta$.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Bisettrici

Consideriamo un angolo.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Bisettrici

Consideriamo un angolo.
Ci chiediamo se esista una semiretta, interna all'angolo, tale da dividerlo in due angoli congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Bisettrici

Consideriamo un angolo.
Ci chiediamo se esista una semiretta, interna all'angolo, tale da dividerlo in due angoli congruenti.
La sua *esistenza* non è facile da dimostrare a questo punto del discorso, anche se è intuitivo che la proprietà sia vera.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

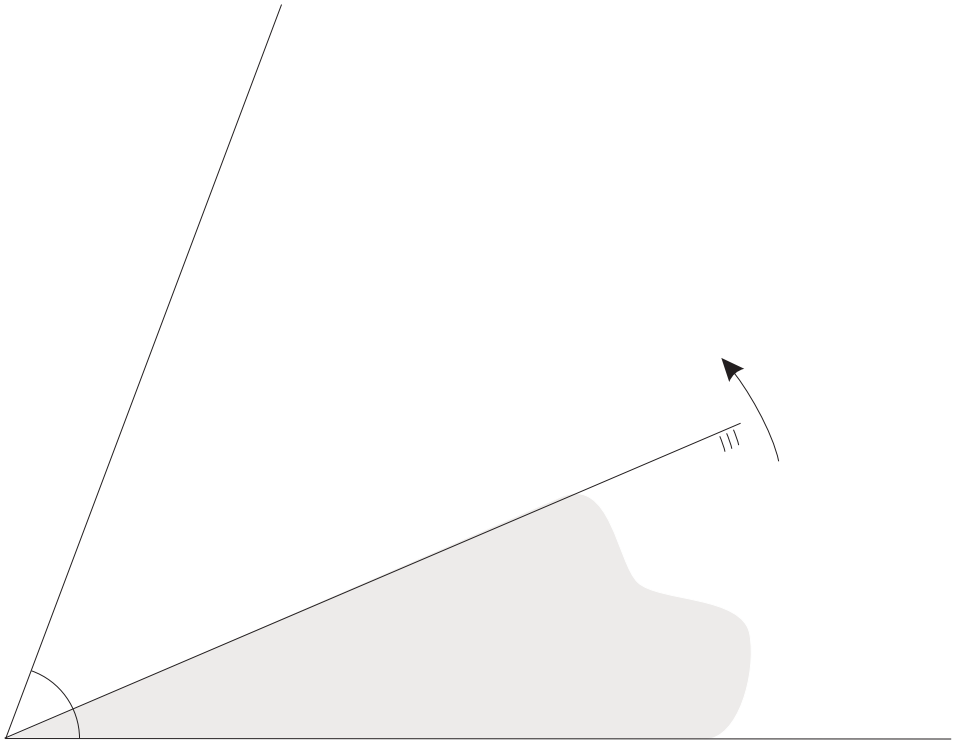
Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti:

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.

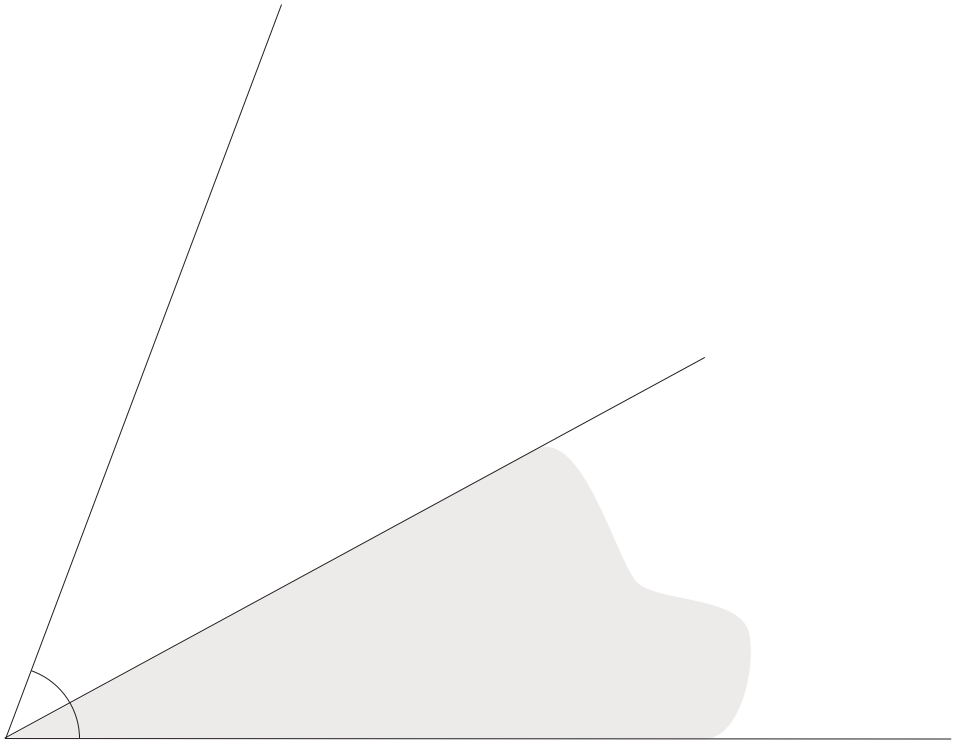
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.



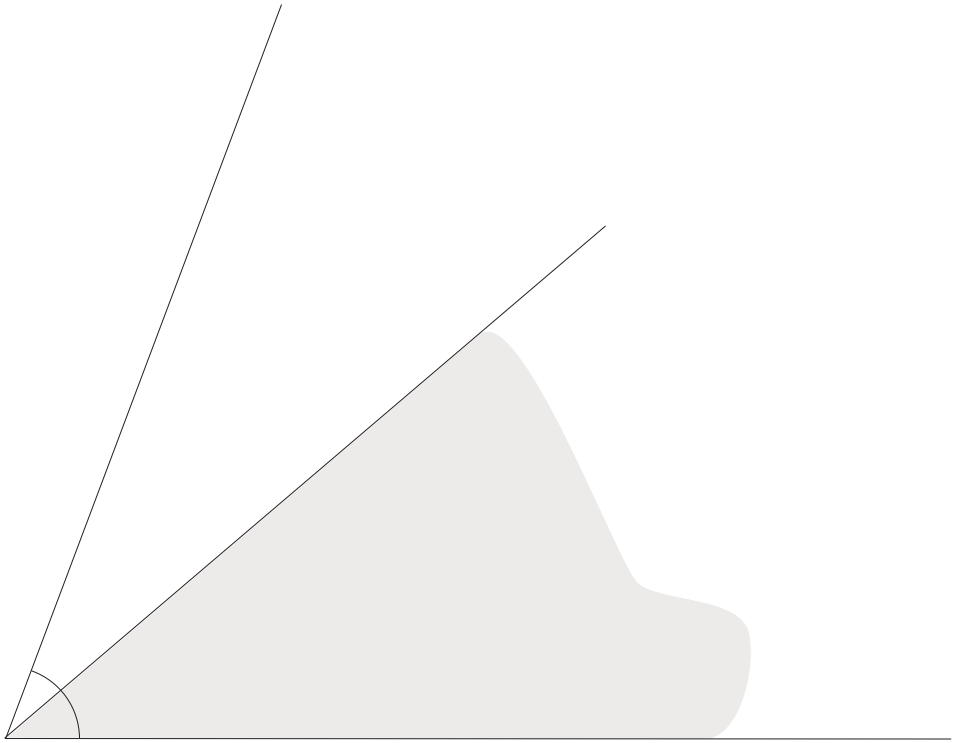
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.



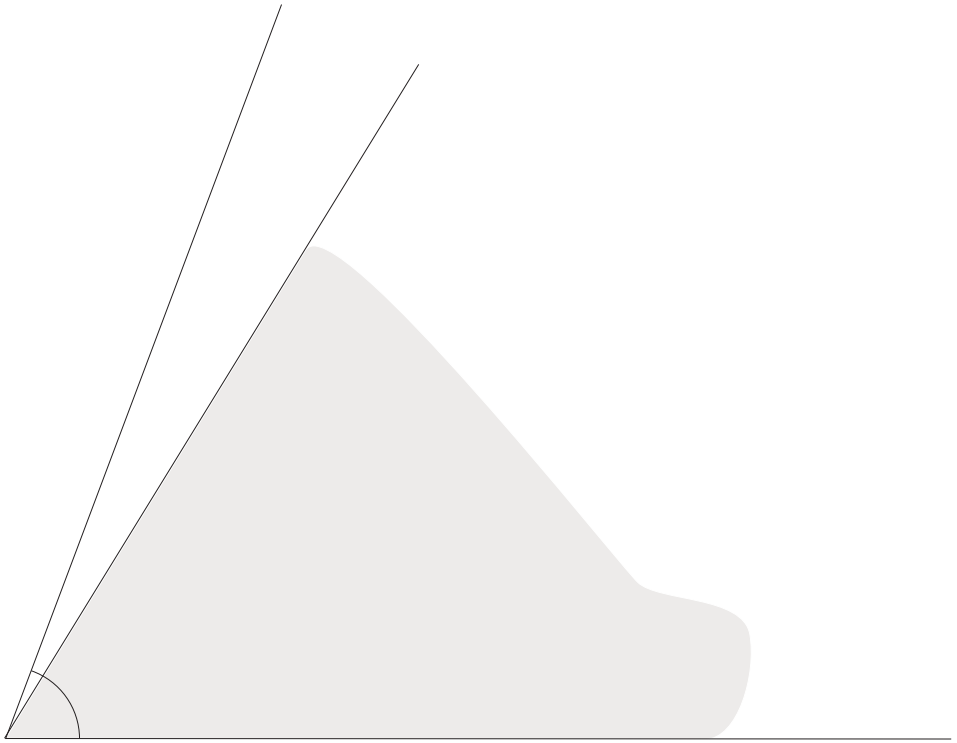
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.



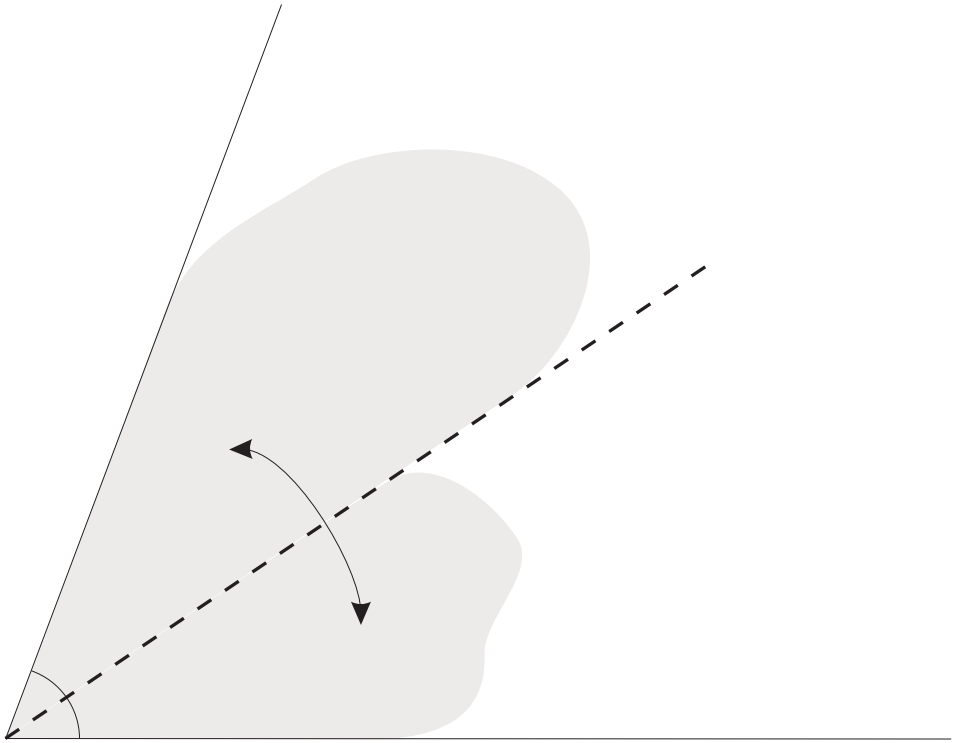
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Ce se ne può rendere conto osservando che una semiretta "mobile", partendo da un lato e giungendo all'altro, divide l'angolo dato in due parti: una crescente, partendo dall'angolo nullo, fino all'intero angolo, l'altra decrescente, partendo dall'intero angolo fino all'angolo nullo.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Che sia *unica* si può dimostrare per assurdo, ma noi supporremo valida questa proprietà senza dimostrazione.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Che sia *unica* si può dimostrare per assurdo, ma noi supporremo valida questa proprietà senza dimostrazione.

La semiretta trovata si dice *bisettrice* dell'angolo.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Angoli retti

La bisettrice di un angolo giro lo divide evidentemente in due angoli piatti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Angoli retti

La bisettrice di un angolo giro lo divide evidentemente in due angoli piatti.
La metà di un angolo piatto, invece, è un angolo importante e si chiama *angolo retto*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

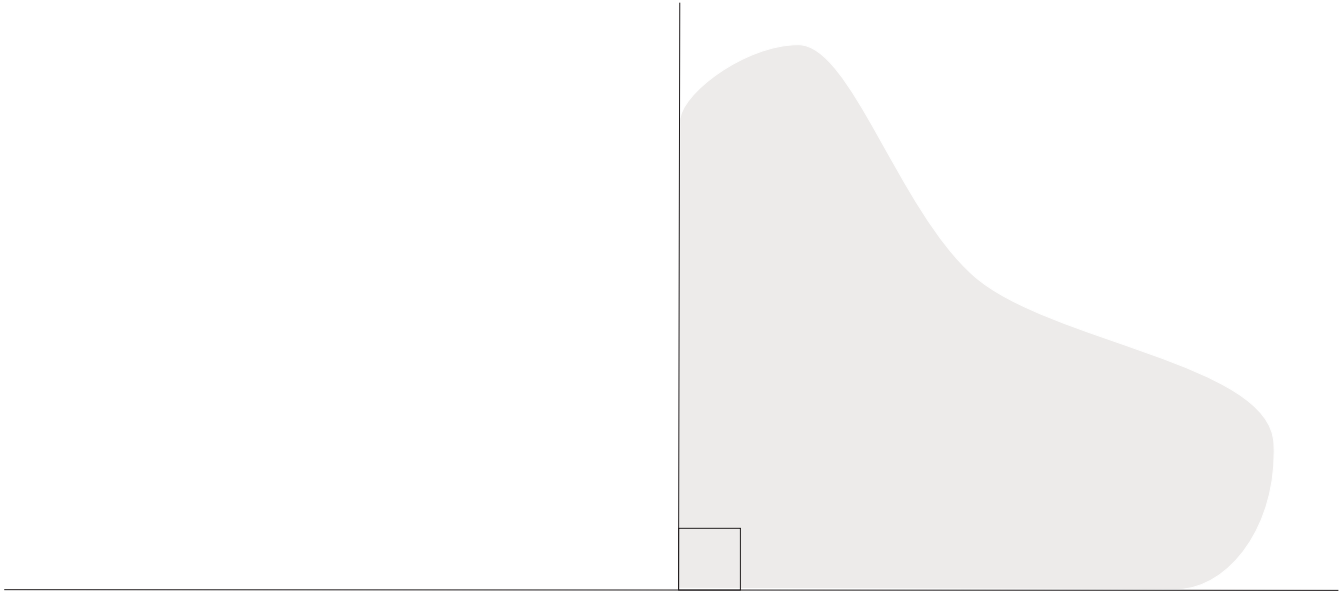
Angoli retti

La bisettrice di un angolo giro lo divide evidentemente in due angoli piatti.
La metà di un angolo piatto, invece, è un angolo importante e si chiama *angolo retto*.
Dunque un angolo giro è divisibile in quattro angoli retti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Angoli retti

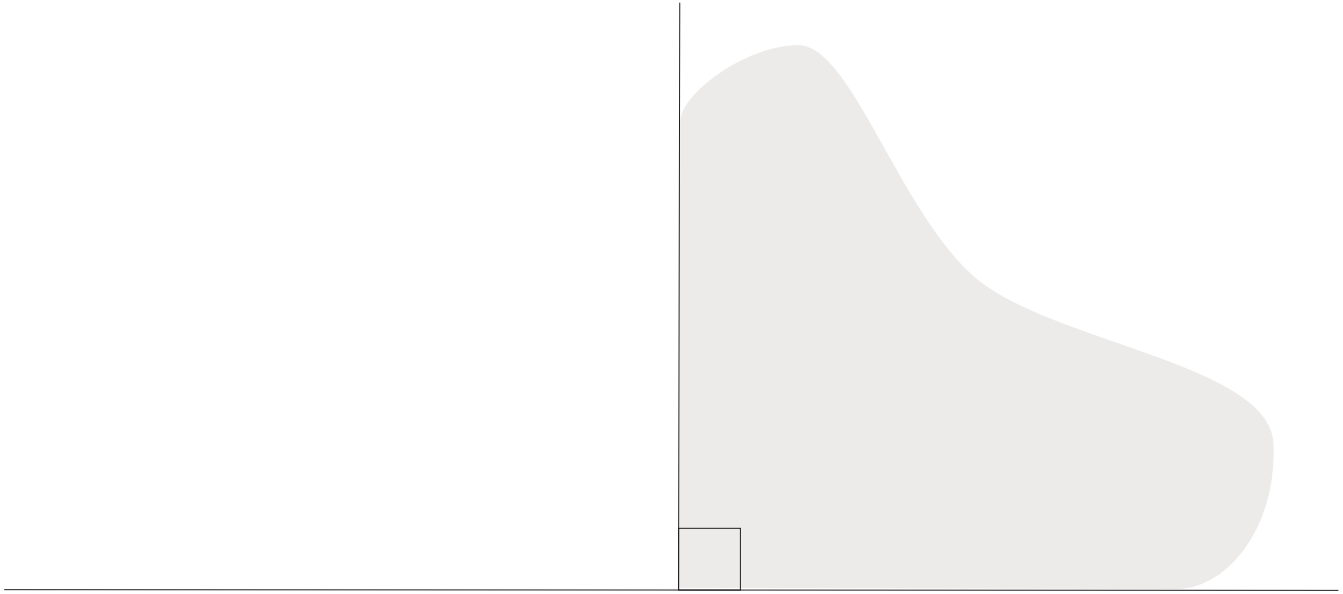
La bisettrice di un angolo giro lo divide evidentemente in due angoli piatti.
La metà di un angolo piatto, invece, è un angolo importante e si chiama *angolo retto*.
Dunque un angolo giro è divisibile in quattro angoli retti.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Angoli retti

La bisettrice di un angolo giro lo divide evidentemente in due angoli piatti.
La metà di un angolo piatto, invece, è un angolo importante e si chiama *angolo retto*.
Dunque un angolo giro è divisibile in quattro angoli retti.



Due semirette che formano un angolo retto (così come le corrispondenti rette) si dicono *perpendicolari*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

A causa dell'unicità della differenza, abbiamo che

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

A causa dell'unicità della differenza, abbiamo che

- angoli esplementari di angoli congruenti sono congruenti;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

A causa dell'unicità della differenza, abbiamo che

- angoli esplementari di angoli congruenti sono congruenti;
- angoli supplementari di angoli congruenti sono congruenti;

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

A causa dell'unicità della differenza, abbiamo che

- angoli esplementari di angoli congruenti sono congruenti;
- angoli supplementari di angoli congruenti sono congruenti;
- angoli complementari di angoli congruenti sono congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Nomenclatura

Due angoli aventi per somma un angolo giro si dicono *esplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo piatto si dicono *supplementari*.

Due angoli aventi per somma un angolo retto si dicono *complementari*.

Due angoli consecutivi supplementari si dicono *adiacenti*.

A causa dell'unicità della differenza, abbiamo che

- angoli esplementari di angoli congruenti sono congruenti;
- angoli supplementari di angoli congruenti sono congruenti;
- angoli complementari di angoli congruenti sono congruenti.

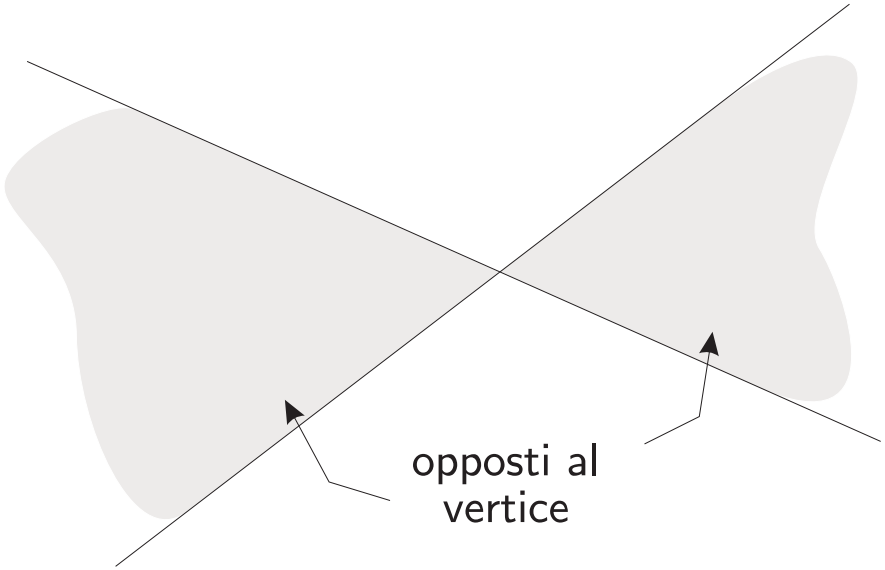
In particolare, *angoli esplementari, supplementari o complementari di un dato angolo sono congruenti*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Due angoli tali che ciascuno abbia i lati sui prolungamenti dell'altro si dicono *opposti al vertice*.

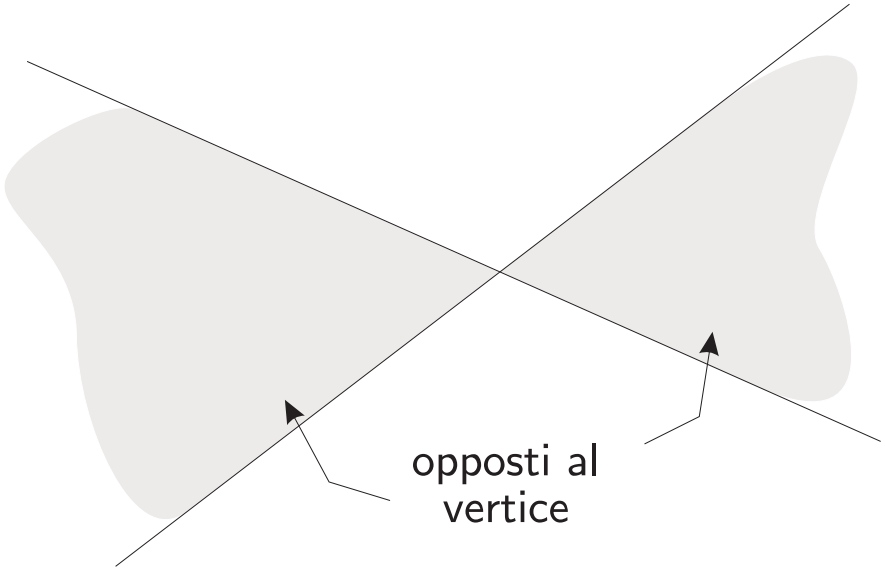
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Due angoli tali che ciascuno abbia i lati sui prolungamenti dell'altro si dicono *opposti al vertice*.



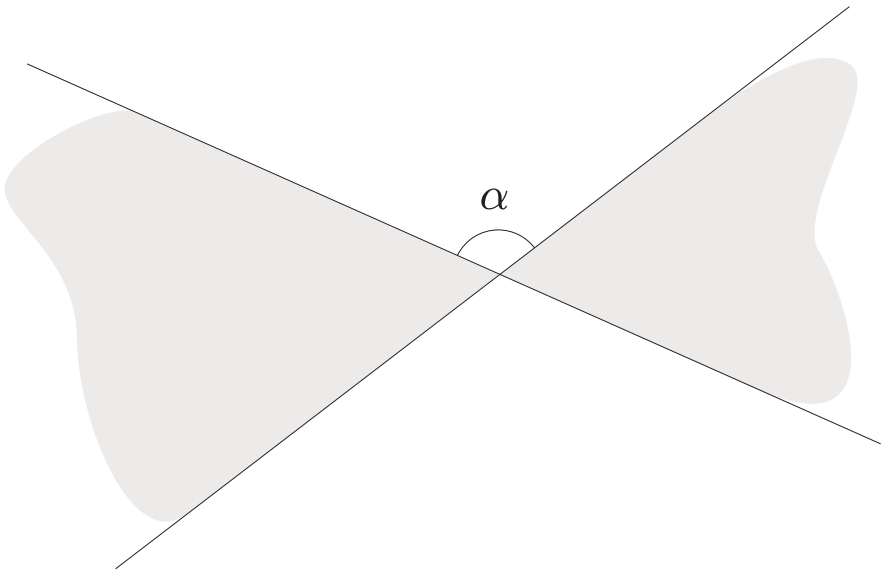
© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Due angoli tali che ciascuno abbia i lati sui prolungamenti dell'altro si dicono *opposti al vertice*.

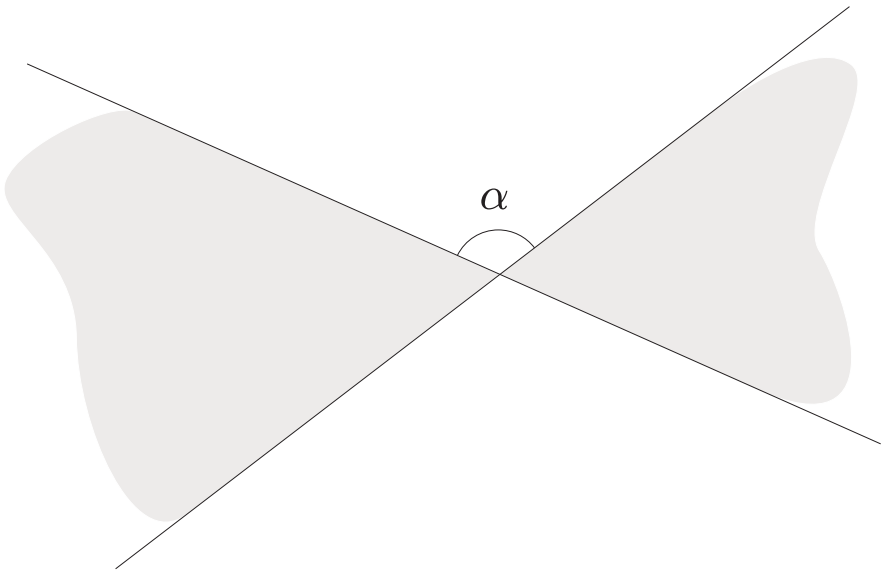


È facile dimostrare che *due angoli opposti al vertice sono congruenti*.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



Infatti essi sono supplementari dello stesso angolo α.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

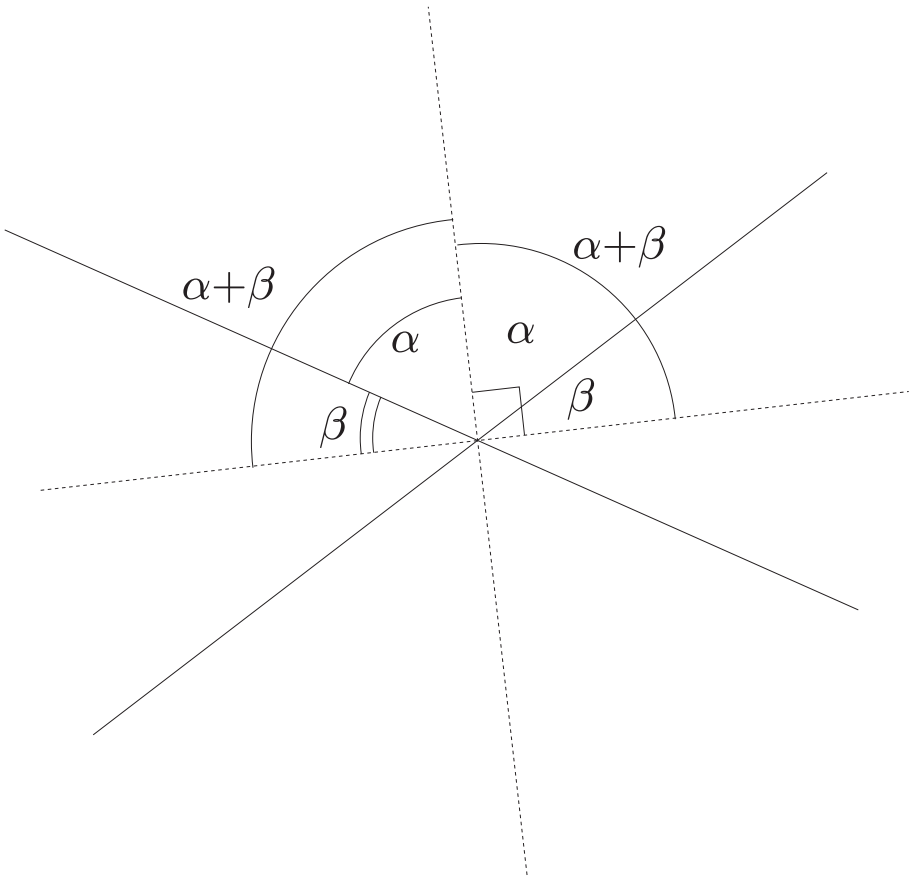
Dimostriamo infine che *due rette incidenti individuano due coppie di angoli opposti al vertice, e che le bisettrici di queste coppie di angoli appartengono a rette perpendicolari.*

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Dimostriamo infine che *due rette incidenti individuano due coppie di angoli opposti al vertice, e che le bisettrici di queste coppie di angoli appartengono a rette perpendicolari.*
Guardiamo la figura:

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

Dimostriamo infine che *due rette incidenti individuano due coppie di angoli opposti al vertice, e che le bisettrici di queste coppie di angoli appartengono a rette perpendicolari.*
Guardiamo la figura:

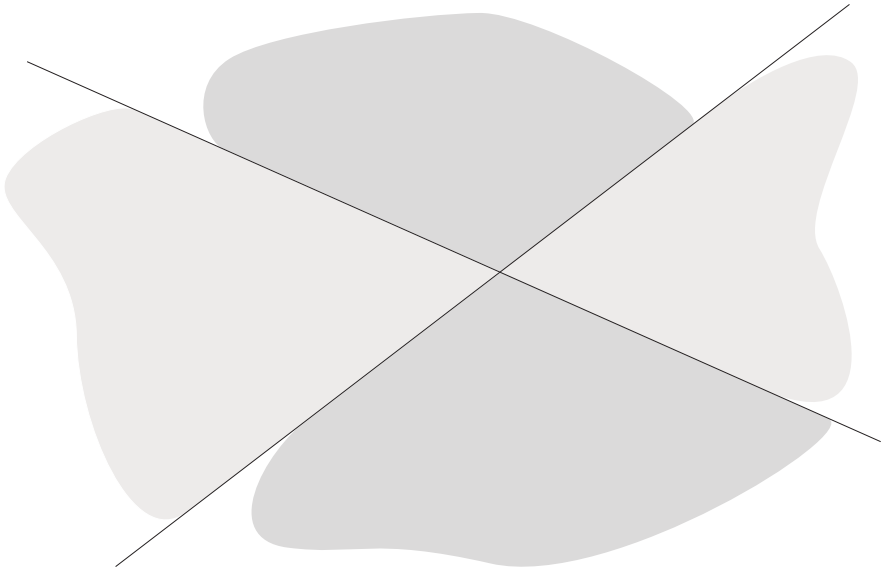


© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

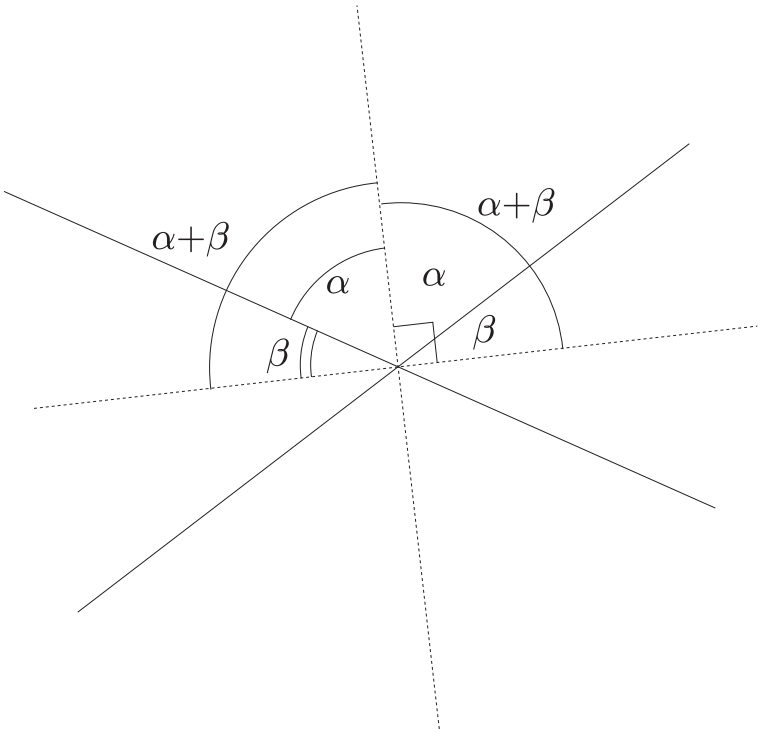
Che le rette incidenti individuino due coppie di angoli opposti al vertice è evidente.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

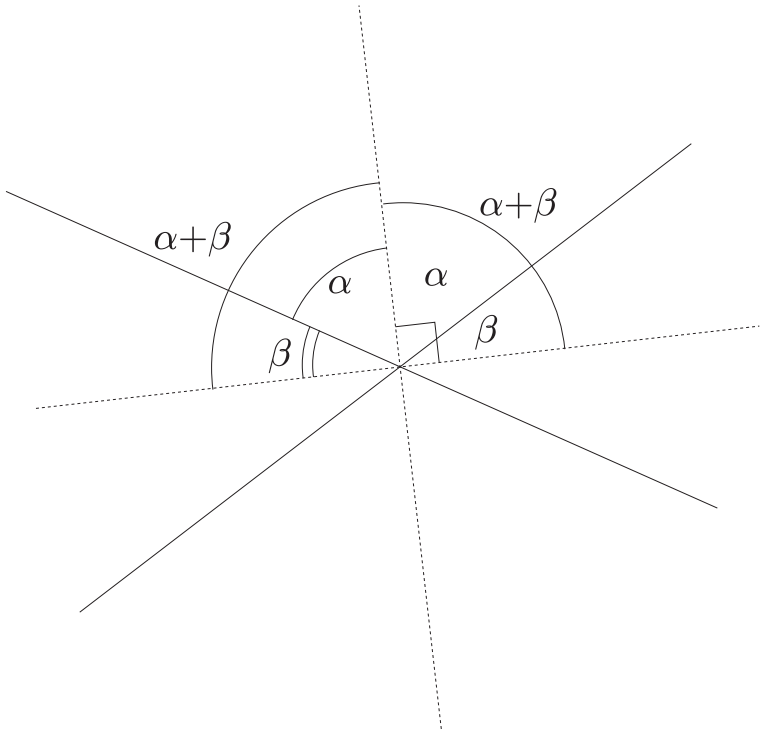
Che le rette incidenti individuino due coppie di angoli opposti al vertice è evidente.



© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria

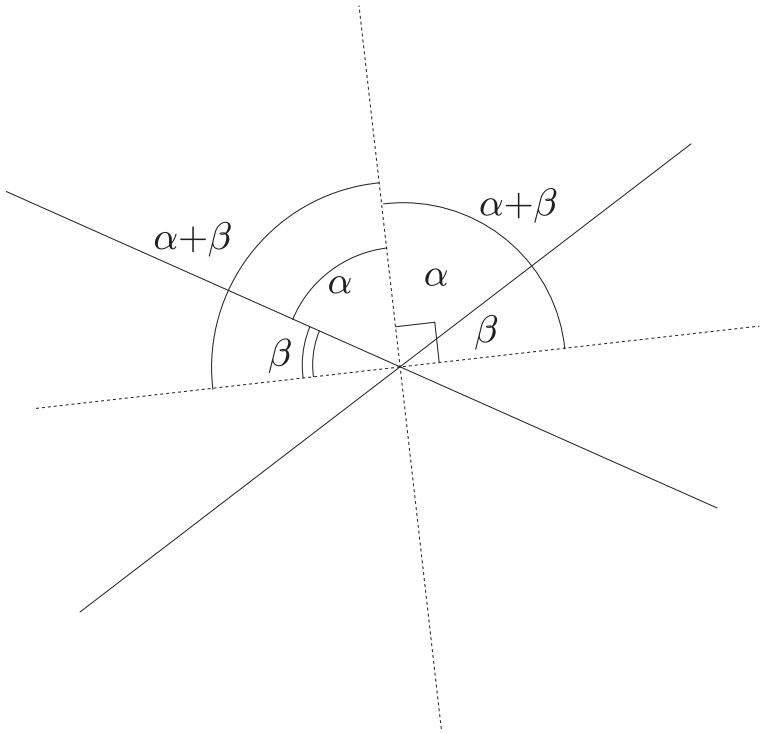


© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



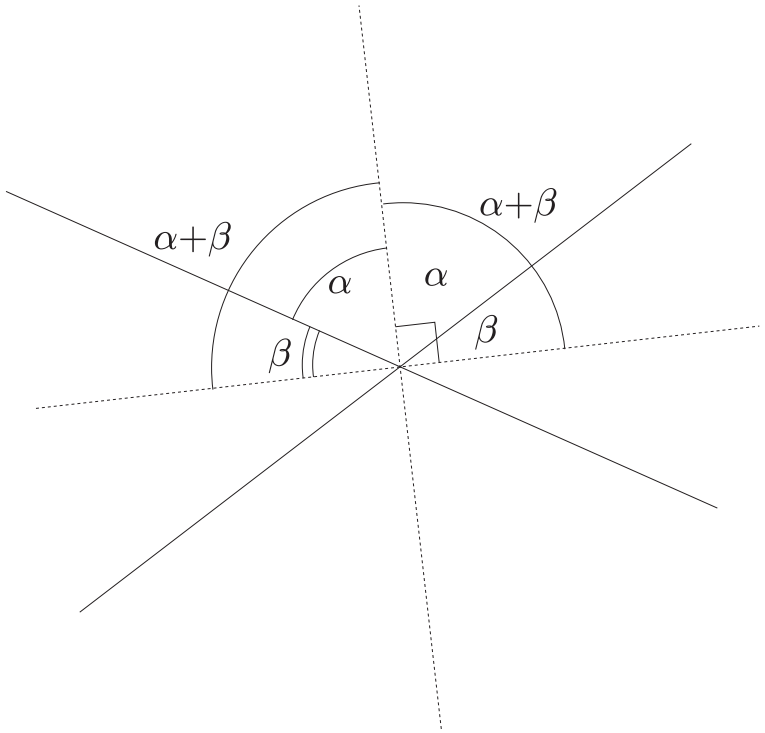
Le due bisettrici, dovendo creare angoli uguali da ciascuna parte, appartengono a due a due a una stessa retta.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



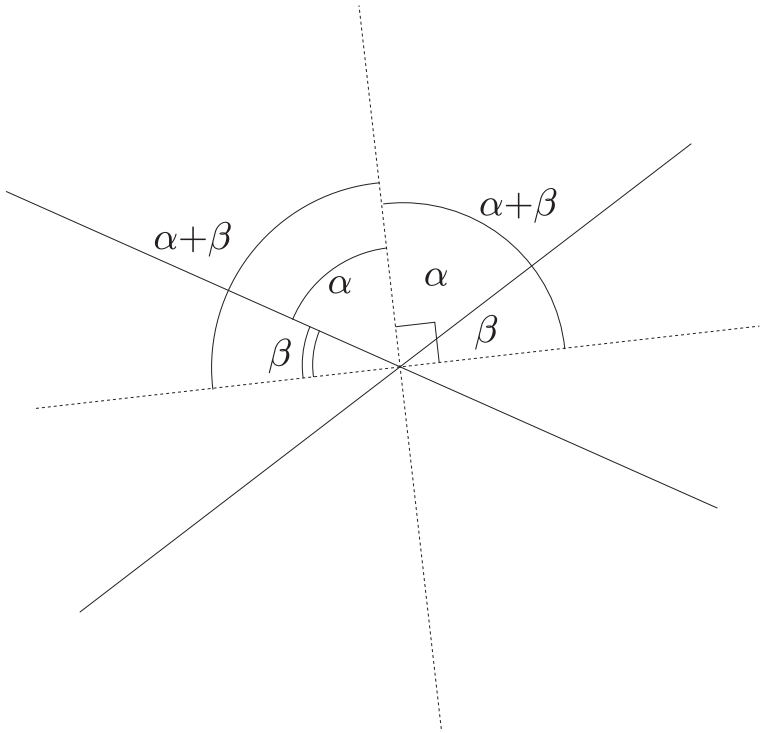
Le due bisettrici, dovendo creare angoli uguali da ciascuna parte, appartengono a due a due a una stessa retta. Infine, siccome la semiretta è bisettrice, gli angoli indicati con α sono congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



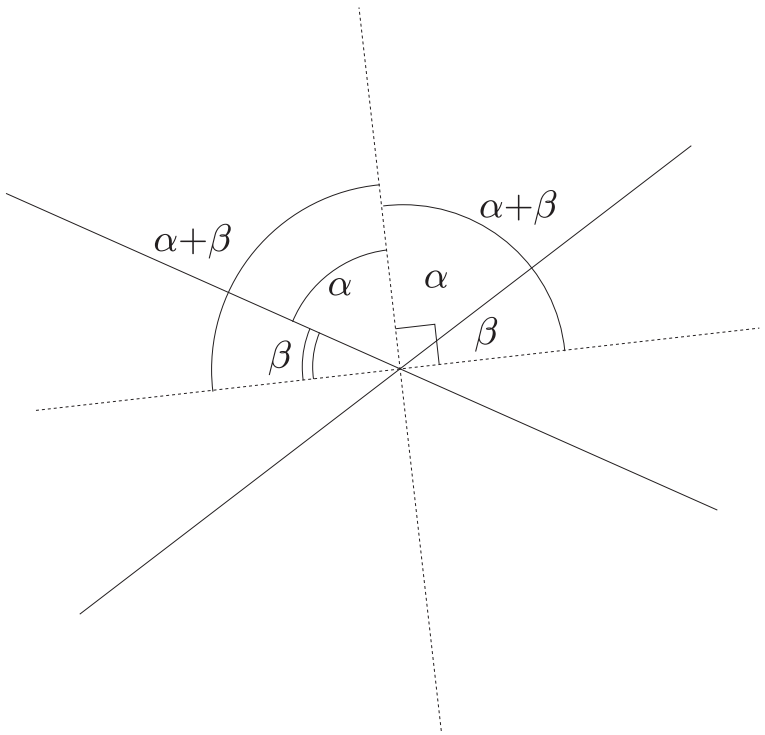
Le due bisettrici, dovendo creare angoli uguali da ciascuna parte, appartengono a due a due a una stessa retta. Infine, siccome la semiretta è bisettrice, gli angoli indicati con α sono congruenti. Ma, in quanto metà di angoli opposti al vertice, gli angoli β sono pure congruenti.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



Le due bisettrici, dovendo creare angoli uguali da ciascuna parte, appartengono a due a due a una stessa retta. Infine, siccome la semiretta è bisettrice, gli angoli indicati con α sono congruenti. Ma, in quanto metà di angoli opposti al vertice, gli angoli β sono pure congruenti. Quindi $\alpha + \beta$ coincide con il suo simmetrico indicato in figura.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria



Le due bisettrici, dovendo creare angoli uguali da ciascuna parte, appartengono a due a due a una stessa retta. Infine, siccome la semiretta è bisettrice, gli angoli indicati con α sono congruenti. Ma, in quanto metà di angoli opposti al vertice, gli angoli β sono pure congruenti. Quindi $\alpha + \beta$ coincide con il suo simmetrico indicato in figura. Siccome la somma di questi ultimi è un angolo piatto, avremo che $\alpha + \beta$ è retto.

© 2009–2010 EDITRICE LA SCUOLA Nuova Secondaria